Международный консорциум «Электронный университет»

Московский государственный университет экономики, статистики и информатики

Евразийский открытый институт

Статистические методы прогнозирования в экономике

Учебное пособие
Практикум
Тесты
Программа

Т.А. Дуброва

Руководство по изучению дисциплины

Т.А. Дуброва
М.Ю. Архипова

Москва, 2004

УДК 519.22
ББК 22.172
Д 797

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ В ЭКОНОМИКЕ: Учебное пособие, практикум, тесты, программа курса / ***Дуброва Т.А.***; руководство по изучению дисциплины / ***Дуброва Т.А., Архипова М.Ю.*** Московский государственный университет экономики, статистики и информатики. — М., 2004. — 136 с.

ISBN 5-7764-0453-3

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное пособие

Введение

В настоящее время статистические методы прогнозирования заняли видное место в экономической практике. Широкому внедрению методов анализа и прогнозирования данных способствовало появление персональных компьютеров. Распространение статистических программных пакетов позволило сделать доступными и наглядными многие методы обработки данных.

Все шире используются статистические методы прогнозирования в деятельности плановых, аналитических, маркетинговых отделов производственных предприятий и объединений, торговых, страховых компаний, банков, правительственных учреждений.

Теперь уже не требуется проводить вручную трудоемкие расчеты, строить таблицы и графики — всю эту черновую работу выполняет компьютер. Человеку же остается исследовательская, творческая работа: постановка задачи, выбор методов прогнозирования, оценка качества полученных моделей, интерпретация результатов. Для этого необходимо иметь определенную подготовку в области статистических методов обработки данных и прогнозирования.

В данном учебном пособии в систематизированном виде изложены статистические методы анализа одномерных временных рядов и прогнозирования. Для изучения выбраны наиболее часто применяемые в экономической практике методы. Большое внимание уделяется анализу полученных результатов.

Структура изложения соответствует логической последовательности основных этапов анализа и прогнозирования временных рядов. Последний раздел посвящен развивающемуся направлению статистических исследований — прогнозированию временных рядов с помощью адаптивных моделей.

ГЛАВА 1. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

1.1. Классификация экономических прогнозов

В современных условиях управленческие решения должны приниматься лишь на основе тщательного анализа имеющейся информации. Например, банк или совет директоров корпорации примет решение о вложении денег в какой-то проект лишь после тщательных расчетов, связанных с прогнозами состояния рынка, с определением рентабельности вложений и с оценками возможных рисков. В противном случае могут опередить конкуренты, умеющие лучше оценивать и прогнозировать перспективы развития.

Для решения подобных задач, связанных с анализом данных при наличии случайных воздействий, предназначен мощный аппарат прикладной статистики, составной частью которого являются статистические методы прогнозирования. Эти методы позволяют выявлять закономерности на фоне случайностей, делать обоснованные прогнозы и оценивать вероятность их выполнения.

Под прогнозом понимается научно обоснованное описание возможных состояний объектов в будущем, а также альтернативных путей и сроков достижения этого состояния. Процесс разработки прогнозов называется *прогнозированием* (от греч. *prognosis* — предвидение, предсказание).

Прогнозирование должно отвечать на два вопроса:

- Что вероятнее всего ожидать в будущем?
- Каким образом нужно изменить условия, чтобы достичь заданного, конечного состояния прогнозируемого объекта?

Прогнозы, отвечающие на вопросы первого типа, называются *поисковыми,* второго типа — *нормативными.*

Например, ставится задача обеспечить каждую семью отдельной квартирой с улучшенной планировкой. Нормативные прогнозы продемонстрируют при каких капиталовложениях и к какому сроку возможно выполнение поставленной задачи.

В зависимости от объектов прогнозирования принято разделять прогнозы на научно-технические, экономические, социальные, военно-политические и т.д. Однако такая классификация носит условный характер, т.к. между этими прогнозами, как правило, существует множество прямых и обратных связей.

Важной характеристикой является *время (период) упреждения прогноза* — отрезок времени от момента, для которого имеются последние статистические данные об изучаемом объекте, до момента, к которому относится прогноз.

На рис.1.1 показана экстраполяция тенденции показателя для периода упреждения, т.е. продление в будущее тенденции, наблюдавшейся в прошлом (для периода наблюдения). При этом предполагается инерционность развития показателя, отсутствие существенных изменений тенденции в течение периода упреждения.

По времени упреждения экономические прогнозы делятся на:

- оперативные (с периодом упреждения до одного месяца);
- краткосрочные (период упреждения — от одного, нескольких месяцев до года);
- среднесрочные (период упреждения более 1 года, но не превышает 5 лет);
- долгосрочные (с периодом упреждения более 5 лет).

Наибольший практический интерес, безусловно, представляют краткосрочные и оперативные прогнозы.

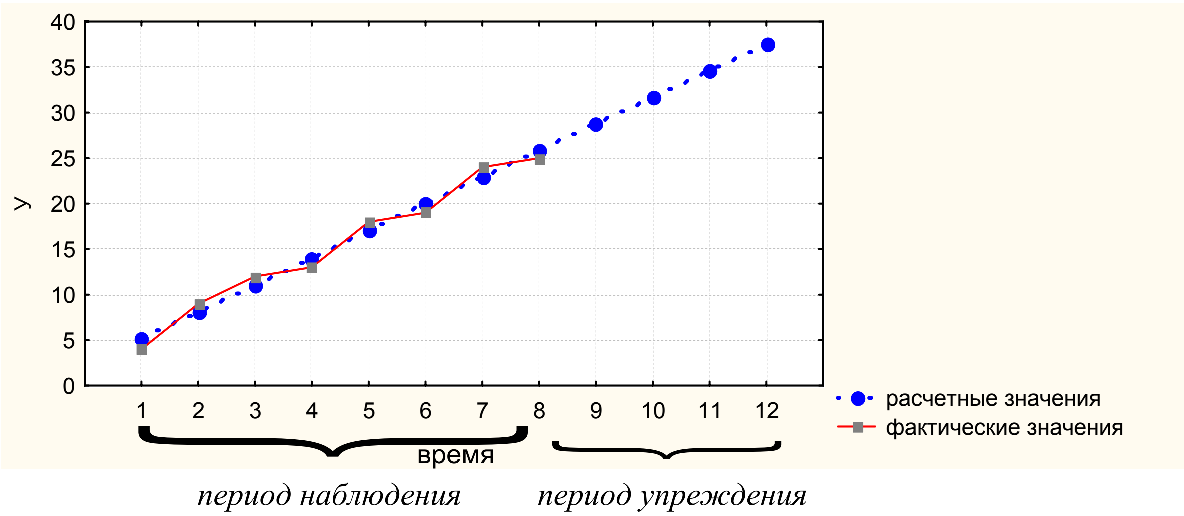


Рис. 1.1. Экстраполяция тенденции показателя

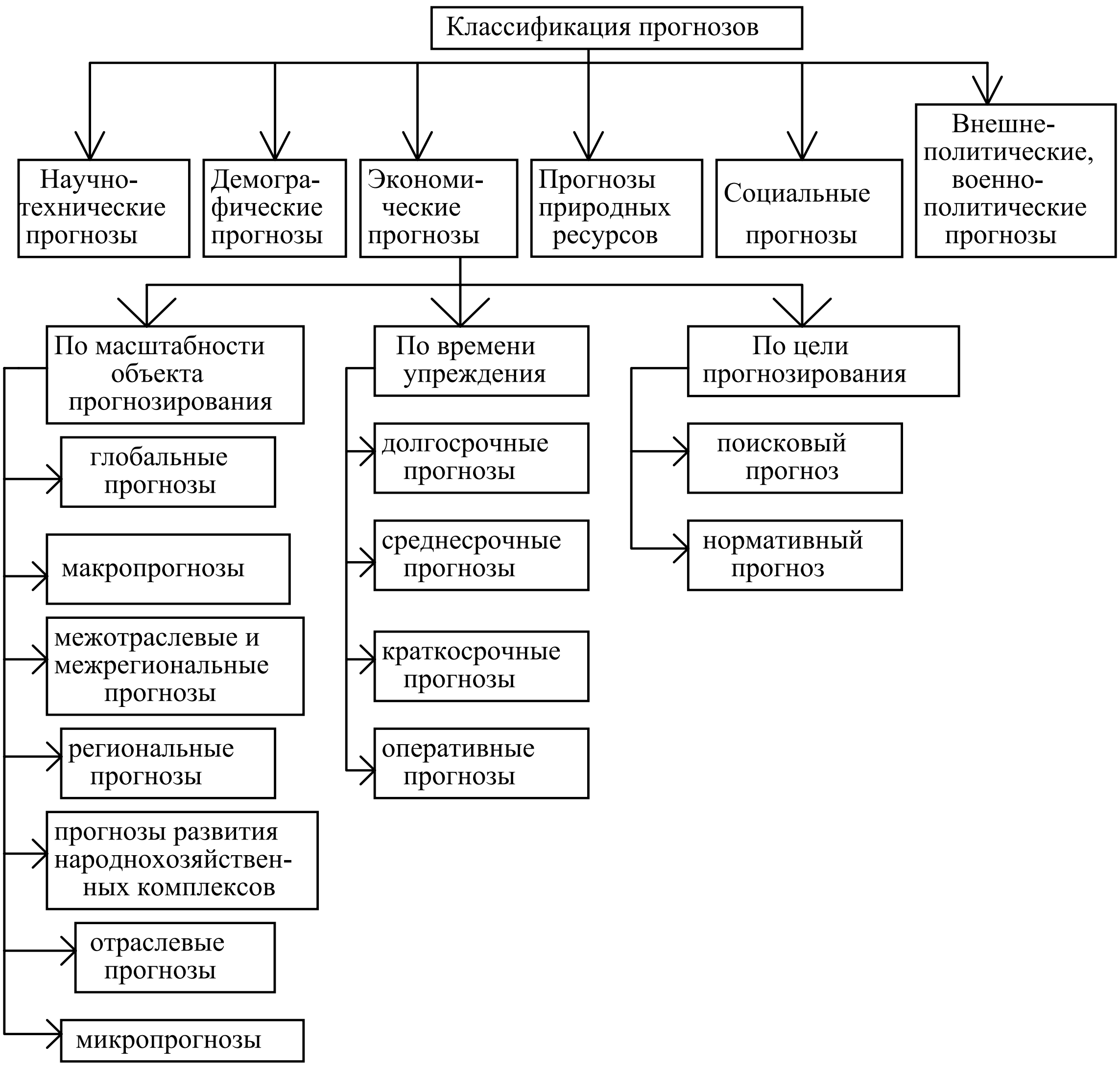


Рис. 1.2. Классификация экономических прогнозов

Классификация экономических прогнозов показана на рис. 1.2. Следует обратить внимание на разнообразие прогнозов в зависимости от масштабности объекта прогнозирования. Экономические прогнозы могут охватывать все уровни: от микроуровня (рассматривающего прогнозы развития отдельных предприятий, производств и т.д.) до макроуровня (анализирующего экономическое развитие в масштабе страны) или — до глобального уровня, при котором существующие закономерности рассматриваются в мировом масштабе.

Прогнозирование экономических явлений и процессов включает в себя следующие этапы:

1. постановка задачи и сбор необходимой информации;
2. первичная обработка исходных данных;
3. определение круга возможных моделей прогнозирования;
4. оценка параметров моделей;
5. исследование качества выбранных моделей, адекватности их реальному процессу и выбор лучшей из моделей;
6. построение прогноза;
7. содержательный анализ полученного прогноза.

Рассмотрим более подробно существующие методы и подходы для реализации каждого из намеченных этапов.

1.2. Виды временных рядов. Требования, предъявляемые к исходной информации

Статистическое описание развития экономических процессов во времени осуществляется с помощью временных рядов.

Временным рядом (*рядом динамики, динамическим рядом*) называется последовательность значений показателя (признака), упорядоченная в хронологическом порядке, т.е. в порядке возрастания временного параметра. Отдельные наблюдения временного ряда называются *уровнями* этого ряда.

В англоязычной литературе для временных рядов используется термин «*time series*».

Каждый временной ряд содержит два элемента:

1) значения времени;
2) соответствующие им значения уровней ряда.

Временные ряды имеют характерные отличия от пространственных выборок:

Во-первых, в отличие от пространственных данных уровни временного ряда, как правило, не являются статистически независимыми.

Во-вторых, члены временного ряда не являются одинаково распределенными.

Очевидно, что эти особенности должны быть учтены в исследовательской работе.

В качестве показателя времени в рядах динамики могут указываться либо определенные моменты времени (даты), либо отдельные периоды (сутки, месяцы, кварталы, полугодия, годы и т.д.). В зависимости от характера временного параметра ряды делятся на *моментные и интервальные*.

В *моментных* рядах динамики уровни характеризуют значения показателя по состоянию на определенные моменты времени. Например, моментными являются временные ряды цен на определенные виды товаров, ряды курсов акций, уровни которых фиксируются для конкретных чисел. Примерами моментных рядов динамики могут служить также ряды численности населения или стоимости основных фондов, т.к. значения уровней этих рядов определяются ежегодно на одно и то же число.

В *интервальных* рядах уровни характеризуют значение показателя за определенные интервалы (периоды) времени. Примерами могут служить ряды годовой (месячной, квартальной) динамики производства продукции в натуральном или стоимостном выражении.

В табл.1.1—1.2 приведены моментные временные ряды, а в табл.1.3—1.4 — интервальные.

Таблица 1.1.

Цены акций промышленной компании на момент закрытия торгов

Дата	06.09.99	07.09.99	08.09.99	09.09.99	10.09.99	13.09.99
Цены акций промышленной компании	383	392	391	399	397	399

Таблица 1.2.

Объем вкладов физических лиц в Сбербанке России на рублевых счетах *(на начало года)*

Год	1998	1999	2000	2001	2002
Объем вкладов физических лиц на начало каждого года (млрд. руб.)	115,2	126,8	184,2	266	375,6

Таблица 1.3.

Фонд заработной платы в первом полугодии 2001 г.

Месяц	январь	февраль	март	апрель	май	июнь
Фонд заработной платы работников предприятия (тыс. руб.)	79,5	84,1	85, 5	88,5	89,9	90,0

Таблица 1.4.

Объем экспорта Российской Федерации

Год	1995	1998	1999	2000	2001
Объем экспорта (млрд. долл.США)	78,2	71,3	72,9	103,1	100,7

Источник: Россия в цифрах 2002: Крат. стат. сб ./ Госкомстат России. — М., 2002. — (таб. 1.2,1,4).

Если уровни ряда представляют собой непосредственно не наблюдаемые значения, а производные величины: средние или относительные, то такие ряды называются *производными.* Уровни этих временных рядов получаются с помощью некоторых вычислений на основе абсолютных показателей. Примером производного ряда динамики может служить ряд среднесуточного производства промышленной продукции (табл. 1.5).

Таблица 1.5.

Среднесуточное производство продукции

Месяц	Производство продукции (тыс.шт.)	Количество рабочих дней в месяце	Среднесуточное производство (тыс. шт.)
1	2	3	4
Январь	195,0	25	7,8
Февраль	204,0	24	8,5
Март	210,6	26	8,1
Апрель	195,0	26	7,5
Май	207,5	25	8,3
Июнь	205,4	26	7,9

Данные графы 4 (табл. 1.5) получаются с помощью деления данных графы 2 на графу 3.

Важной особенностью интервальных рядов динамики абсолютных величин является возможность суммирования их уровней. В результате этой процедуры получаются накопленные итоги, имеющие осмысленное содержание благодаря отсутствию повторного счета. Например, суммируя фонд заработной платы работников предприятия за первые три месяца и три последующих месяца (табл.1.3), получаем, соответственно, фонд заработной платы за первый и второй кварталы, а сумма этих квартальных данных дает фонд заработной платы за полугодие.

Суммирование уровней моментного ряда динамики не практикуется, т.к. полученные накопленные итоги лишены всякого смысла. Например, уровни моментного ряда «Объем вкладов физических лиц в Сбербанке России на рублевых счетах *(на начало года)*» (табл. 1.2) содержат элементы повторного счета. Второй уровень частично содержит вклады населения, учтенные первым уровнем и т.д. Таким образом, моментные ряды динамики, в отличие от интервальных не обладают свойством аддитивности. (Термин происходит от английского глагола *to add* — добавлять).

При исследовании моментного ряда динамики определенный смысл имеет расчет разностей уровней, характеризующих изменение показателя за некоторый отрезок времени. Например, за 2001 г. объем вкладов физических лиц в Сбербанке России на рублевых счетах увеличился на 109,6 млрд. руб.

На практике часто используются *временные ряды с нарастающими итогами*. Уровни таких рядов дают обобщающий результат развития показателя с начала отчетного периода (квартала, полугодия, года и т.д.). В качестве примера рассмотрим данные о производстве телевизоров в России в первом полугодии 2002 г. (табл. 1.6). Данные 3 графы получены последовательным суммированием смежных уровней.

Уровни ряда могут принимать детерминированные или случайные значения. Примером ряда с детерминированными значениями уровней служит ряд последовательных данных о количестве дней в месяцах. Естественно, анализу, а в дальнейшем и прогнозированию, подвергаются ряды со случайными значениями уровней. В таких рядах каждый уровень может рассматриваться как реализация случайной величины — дискретной или непрерывной.

Успешность статистического анализа развития процессов во времени во многом зависит от правильного построения временных рядов.

Таблица 1.6.

Данные о производстве телевизоров (тыс. шт.)

Месяц	Произведено телевизоров (тыс. шт.)	
	За месяц	С начала года
1	2	3
1.2002	146	146
2.2002	128	146 + 128 = 274
3.2002	124	274 + 124 = 398
4.2002	142	398 + 142 = 540
5.2002	85,9	540 + 85,9 = 625,9
6.2002	89,5	625,9 +89,5 = 715,4

Большое значение для дальнейшего исследования процесса имеет выбор интервалов между соседними уровнями ряда. Удобнее всего иметь дело с равноотстоящими друг от друга уровнями ряда. При этом, если выбрать слишком большой интервал времени, можно упустить существенные закономерности в динамике показателя. Например, по квартальным данным невозможно судить о месячных сезонных колебаниях. Информация может также оказаться слишком «короткой» для использования некоторых методов анализа и прогнозирования динамики, предъявляющих «жесткие» требования к длине рядов. В то же время, слишком малые интервалы между наблюдениями увеличивают объем вычислений, а также могут приводить к появлению ненужных деталей в динамике процесса, засоряющих общую тенденцию.

Безусловно, вопрос о выборе интервала времени между уровнями ряда должен решаться, исходя из целей каждого конкретного исследования.

Одним из важнейших условий, необходимых для правильного отражения временным рядом реального процесса развития, является *сопоставимость уровней ряда.* Для несопоставимых величин неправомерно проводить исследование динамики.

Появление несопоставимых уровней может быть вызвано разными причинами: изменением методики расчета показателя, изменением классификации, терминологии и т.д. Например, уровни временного ряда, характеризующие количество малых предприятий, могут оказаться несопоставимыми из-за изменения самого понятия «малое предприятие». Подразумевается, что это понятие должно быть одинаковым для всего исследуемого периода.

Чаще всего несопоставимость встречается в стоимостных показателях, что вызвано изменением цен в разные периоды времени, поэтому на практике осуществляют пересчет уровней в сопоставимые цены (цены одного периода).

Несопоставимость может возникнуть вследствие территориальных изменений, например, как результат изменения границ области, района, страны. При этом следует иметь в виду, что вопрос о сопоставимости будет зависеть от целей исследования. Например, при описании военной, экономической мощи страны следует учитывать данные в изменяющихся границах территории, а при сопоставлении темпов развития промышленности следует производить сравнение в одних и тех же территориальных границах.

Другой причиной несопоставимости могут служить структурные изменения. Например, произошло укрупнение нескольких ведомств путем слияния их в единое целое или укрупнение производства за счет слияния нескольких предприятий в одно объединение.

В большинстве случаев удается устранить несопоставимость, вызванную указанными причинами, путем пересчета более ранних значений показателей с помощью формальных методов. Хотя далеко не всегда проведение такой обработки обеспечивает требуемую точность, что может привести к снижению ценности исходной информации, а, следовательно, и к затруднению дальнейшего анализа.

Для успешного изучения динамики процесса важно, чтобы информация была полной, временной ряд имел достаточную длину (с учетом конкретных целей исследования). Например, при изучении периодических колебаний желательно иметь информацию не менее чем за три полных периода колебания. Поэтому при анализе сезонных колебаний на базе рядов месячной или квартальной динамики желательно иметь информацию, как правило, не менее чем за 3 года. Использование же более тонкого статистического аппарата для исследования периодичности (например, рассматриваемого в гл.5) требует большей длины информации — не менее пяти полных периодов колебаний.

Применение определенного математического аппарата также накладывает ограничение на допустимую длину временных рядов. Например, для использования регрессионного анализа требуется иметь временные ряды, длина которых в несколько раз превосходит количество независимых переменных.

Во временных рядах не должны содержаться пропущенные уровни. Пропуски могут объясняться как недостатками при сборе информации, так и происходившими изменениями в системе отчетности, в системе фиксирования данных. Например, изменяется круг основных видов промышленной продукции, данные о производстве которых собираются на базе срочной отчетности. Решение об исключении какого-то показателя может быть отменено через некоторое время, в связи с тем, что становится очевидной его важность для аналитических исследований. В этом случае для использования этого временного ряда в дальнейшем анализе необходимо восстановить пропущенные уровни одним из известных способов восстановления пропусков (выбор метода зависит от специфики конкретного временного ряда). Если же в систему показателей включен новый признак, учет которого не проводился ранее, то необходимо подождать, пока ряд достигнет требуемой длины или попытаться восстановить прежние значения косвенными методами (через другие показатели), если такой путь представляется возможным.

Уровни рядов динамики могут содержать аномальные значения или “выбросы». Часто появление таких значений может быть вызвано ошибками при сборе, записи и передаче информации. Возможными источниками появления ошибочных значений являются: сдвиг запятой при перенесении информации из документа, занесение данных в другую графу и т.д.

Выявление, исключение таких значений, замена их истинными или расчетными является необходимым этапом первичной обработки данных, т.к. применение математических методов к «засоренной» информации приводит к искажению результатов анализа. Однако аномальные значения могут отражать реальное развитие процесса, например, «скачок» курса доллара в «черный вторник». Как правило, эти значения также заменяются расчетными при построении моделей, но учитываются при расчете возможной величины отклонений фактических значений от полученных по модели.

Соответствие исходной информации всем указанным требованиям проверяется на этапе предварительного анализа временных рядов. Лишь после этого переходят к расчету и анализу основных показателей динамики развития, построению моделей прогнозирования, получению прогнозных оценок.

1.3. Компоненты временных рядов

В практике исследования динамики явлений и прогнозирования принято считать, что значения уровней временных рядов экономических показателей могут содержать следующие компоненты (составные части или структурно-образующие элементы):

- тренд;
- сезонную компоненту;
- циклическую компоненту;
- случайную составляющую.

Под трендом понимают изменение, определяющее общее направление развития, основную тенденцию временного ряда. Это систематическая составляющая долговременного действия.

Наряду с долговременными тенденциями во временных рядах экономических процессов часто имеют место более или менее регулярные колебания — периодические составляющие рядов динамики.

Если период колебаний не превышает одного года, то их называют *сезонными.* Чаще всего причиной их возникновения считаются природно-климатические условия. Примером могут служить колебания цен на сельскохозяйственную продукцию, в частности на картофель. Из года в год наблюдается снижение цен в период после уборки урожая и последующее повышение цен, связанное с необходимостью хранения продукции. Своего “пика» цены достигают перед следующим урожаем. Таким образом, в колебаниях цен прослеживается устойчивая годовая периодичность.

Иногда причины сезонных колебаний имеют социальный характер, например, увеличение закупок в предпраздничный период, увеличение платежей в конце квартала и т.д.

При большем периоде колебания считают, что во временных рядах имеет место *циклическая* составляющая. Примерами могут служить демографические, инвестиционные и другие циклы.

Если из временного ряда удалить тренд и периодические составляющие, то останется *нерегулярная* компонента.

Экономисты разделяют факторы, под действием которых формируется нерегулярная компонента, на 2 вида:

- факторы резкого, внезапного действия;
- текущие факторы.

Факторы первого вида (например, стихийные бедствия, эпидемии и др.), как правило, вызывают более значительные отклонения. Иногда такие отклонения называют катастрофическими колебаниями.

Факторы второго вида вызывают *случайные* колебания, являющиеся результатом действия большого числа побочных причин. Влияние каждого из текущих факторов незначительно, но ощущается их суммарное воздействие.

Если временной ряд представляется в виде суммы соответствующих компонент, то полученная модель носит название *аддитивной* (1.1), если в виде произведения — *мультипликативной* (1.2) или *смешанного типа* (1.3):

$$y_t = u_t + s_t + v_t + \varepsilon_t; \qquad (1.1)$$

$$y_t = u_t \cdot s_t \cdot v_t \cdot \varepsilon_t; \qquad (1.2)$$

$$y_t = u_t \cdot s_t \cdot v_t + \varepsilon_t, \qquad (1.3),$$

где

y_t — уровни временного ряда;

u_t — трендовая составляющая;
s_t — сезонная компонента;
v_t — циклическая компонента;
ε_t — случайная компонента.

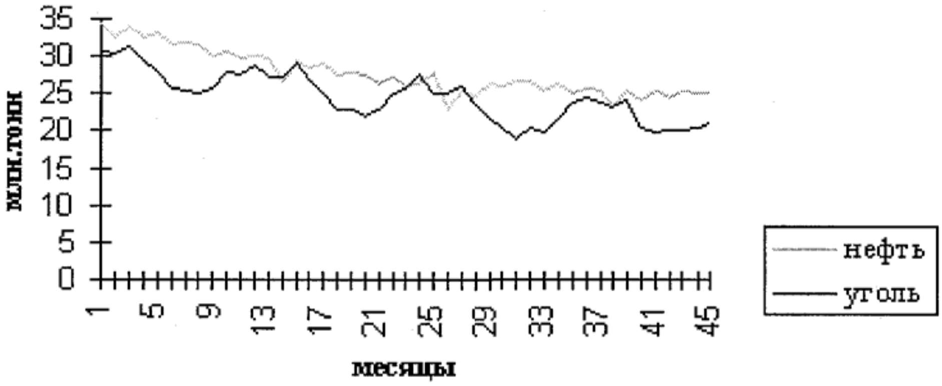


Рис. 1.3. Месячная динамика производства отдельных видов промышленной продукции в натуральном выражении

На рис. 1.3 приведены примеры временных рядов, иллюстрирующие присутствие в них указанных компонент. Графики месячных временных рядов производства промышленной продукции наглядно демонстрируют устойчивые сезонные колебания при снижающемся тренде, причем на последнем участке темпы падения производства заметно снижаются.

Решение любой задачи по анализу и прогнозированию временных рядов начинается с построения графика исследуемого показателя, тем более, что современные программные средства предоставляют пользователю большие возможности для этого. Иногда на стадии графического анализа можно определить характер сезонных колебаний: аддитивный или мультипликативный. Отличительной особенностью аддитивной модели является то, что амплитуда сезонных колебаний, отражающая отклонения от тренда или среднего, остается примерно постоянной, неизменной во времени.

В качестве примера рассмотрим временной ряд производства электроэнергии в России с 1994 по 1999 гг. (рис.1.4.).

На основании этого графика можно предположить, что тенденция ряда в исследуемом периоде была близка к линейному развитию, а амплитуда внутригодовых колебаний примерно постоянна. На рис. 1.4. видны устойчивые сезонные колебания, имеющие годовую периодичность: очевидны повторяющиеся подъемы производства в зимне-осенний период, спады — в весенне-летний период. Амплитуду периодических колебаний можно считать практически неизменной, не зависящей от уровня тренда, что приводит к выводу об аддитивном характере сезонности.

Таким образом, на стадии проведения графического анализа можно исследовать компонентный состав временных рядов, а также сделать первые шаги к выбору модели для описания их динамики и последующего прогнозирования.

Если присутствие тренда во временном ряду прослеживается нечетко, то прежде чем перейти к определению тенденции и выделению тренда, нужно выяснить, существует ли вообще тенденция в исследуемом процессе.

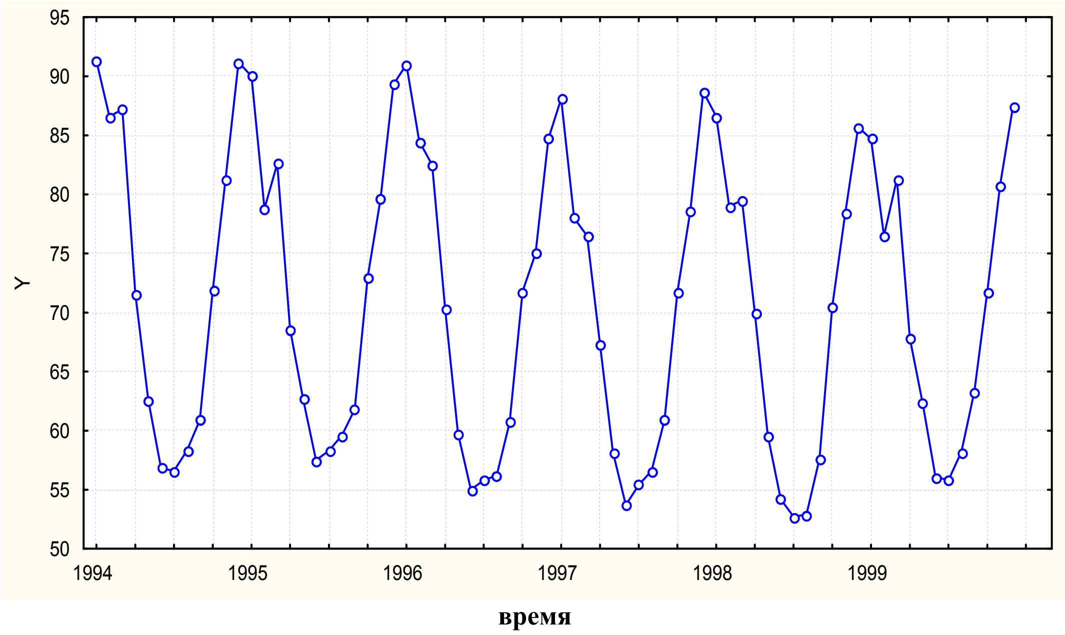


Рис. 1.4. Месячная динамика производства электроэнергии в Российской Федерации за период с 1994 по 1999 гг. (млн. кВт.ч)

Основные подходы к решению этой задачи основаны на статистической проверке гипотез. Критерии выявления компонент ряда основаны на проверке гипотезы о случайности ряда.

Среди наиболее часто используемых на практике подходов для проверки «наличия — отсутствия» тренда следует отметить метод Фостера-Стюарта.

Этот метод может быть реализован в виде следующей последовательности шагов.

1) Каждый уровень ряда сравнивается со всеми предшествующими, при этом определяются значения вспомогательных характеристик m_t и l_t:

$$m_t = \begin{cases} 1, \text{ если } y_t > y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_1 \\ 0, \text{ в противном случае} \end{cases}$$

Таким образом, $m_t = 1$, если y_t больше всех предшествующих уровней. В свою очередь $l_t = 1$, если y_t меньше всех предшествующих уровней.

2) Вычисляется $d_t = m_t — l_t$ для всех $t = 2 \div n$.

Очевидно, что величина d_t может принимать значения 0; 1; –1.

3) Находится характеристика $D = \sum_{t=2}^{n} d_t$.

4) С помощью критерия Стьюдента проверяется гипотеза о том, что можно считать случайной разность $D - 0$ (т.е. ряд можно считать случайным, не содержащим тренд).

Для этого определяется

$$t_{набл} = \frac{D}{\sigma_D},$$

где

σ_D — средняя квадратическая ошибка величины D:

$$\sigma_D = \sqrt{2\sum_{t=2}^{n}\frac{1}{t}} \approx \sqrt{2\ln n - 0{,}8456}$$

Значения σ_D затабулированы.

Таблица 1.7.

Значения стандартных ошибок σ_D для n от 10 до 100

n	σ_D	n	σ_D	n	σ_D	n	σ_D
10	1,964	35	2,509	60	2,713	85	2,837
15	2,153	40	2,561	65	2,742	90	2,857
20	2,279	45	2,606	70	2,769	95	2,876
25	2,373	50	2,645	75	2,793	100	2,894
30	2,447	55	2,681	80	2,816		

Расчетное значение $t_{набл}$ сравнивается с критическим значением $t_{кр}$, взятым из таблицы t — распределения Стьюдента для заданного уровня значимости α и числа степеней свободы $\nu = n - 1$. Если $|t_{набл}| > t_{кр}$, то гипотеза об отсутствии тренда отвергается.

Также в литературе кроме рассмотренного подхода описаны и другие критерии, отличающиеся друг от друга мощностью, сложностью математического аппарата, например, критерий квадратов последовательных разностей (критерий Аббе), метод проверки разностей средних уровней, критерий серий, имеющий две модификации: критерий серий, основанный на медиане выборки, и критерий «восходящих и нисходящих» серий и др. [3,4,23].

1.4. Основные показатели динамики экономических явлений

На практике для количественной оценки динамики явлений широко применяются следующие основные аналитические показатели:

— абсолютные приросты;
— темпы роста;
— темпы прироста.

Причем каждый из указанных показателей может быть трех видов:

- цепной;
- базисный;
- средний.

В основе расчета этих показателей динамики лежит сравнение уровней временного ряда. Если сравнение осуществляется с одним и тем же уровнем, принятым за базу сравнения, то эти показатели называются *базисными.* В качестве базы сравнения выбирается либо начальный уровень динамического ряда, либо уровень, с которого начинается новый этап развития. Например, при анализе динамики развития российской промышленности часто за базу сравнения выбирают 1990 год. Это объясняется тем, что до этого года во многих отраслях промышленности наблюдался замедлявшийся подъем, перешедший затем в спад производства. Поэтому начавшийся в посткризисный период подъем производства желательно оценивать не только по отношению к предыдущему году, но и в сравнении с 1990 г.

Если сравнение осуществляется при переменной базе, и каждый последующий уровень сравнивается с предыдущим, то вычисленные таким образом показатели называются *цепными*.

Абсолютный прирост Δy равен разности двух сравниваемых уровней.

Темп роста T характеризует отношение двух сравниваемых уровней ряда, выраженное в процентах.

Темп прироста K характеризует абсолютный прирост в относительных величинах. Определенный в % темп прироста показывает, на сколько процентов изменился сравниваемый уровень по отношению к уровню, принятому за базу сравнения.

В таблице 1.8 приведены выражения для вычисления базисных и цепных абсолютных приростов, темпов роста, темпов прироста. При этом использованы следующие обозначения:

$y_1, y_2, \ldots, y_t, \ldots, y_n$ — уровни временного ряда, $t = 1, 2, \ldots, n$;

n — длина временного ряда;

$y_б$ — уровень временного ряда, принятый за базу сравнения.

Для получения обобщающих показателей динамики развития определяются средние величины: средний абсолютный прирост, средний темп роста и средний темп прироста. Эти обобщающие характеристики динамики представляют наибольший интерес для статистического анализа. С их помощью можно строить прогнозы исследуемых показателей. Однако необходимо отметить, что их применение требует определенной осторожности.

Описание динамики ряда с помощью среднего абсолютного прироста соответствует его представлению в виде прямой, проведенной через две крайние точки. В этом случае, чтобы получить прогноз на L шагов вперед (L — *период упреждения)*, достаточно воспользоваться следующей формулой:

$$\hat{y}_{\mathrm{n+L}} = \mathrm{y}_{\mathrm{n}} + L\overline{\Delta y}, \tag{1.4}$$

где

y_n — фактическое значение в последней n-ой точке ряда (конечный уровень ряда);

$\hat{y}_{\mathrm{n+L}}$ — прогнозное значение ($n + L$)-го уровня ряда;

$\overline{\Delta y}$ — значение среднего абсолютного прироста, рассчитанное для временного ряда $y_1, y_2, \ldots, y_t, \ldots, y_n$.

Таблица 1.8.

Основные показатели динамики

Вид показателя	Абсолютный прирост	Темп роста, %	Темп прироста, %
Цепной	$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$	$T_t = \dfrac{y_t}{y_{t-1}} \times 100\%$	$K_t = T_t - 100\%$
Базисный	$\Delta y_t^б = y_t - y_б$	$T_t^б = \dfrac{y_t}{y_б} \times 100\%$	$K_t^б = T_t^б - 100\%$
Средний	$\overline{\Delta y} = \dfrac{y_n - y_1}{n-1}$	$\overline{T} = \sqrt[n-1]{\dfrac{y_n}{y_1}} \times 100\%$	$\overline{K} = \overline{T} - 100\%$

Очевидно, что такой подход к получению прогнозного значения корректен, если характер развития близок к линейному. На такой равномерный характер развития могут указывать примерно одинаковые значения цепных абсолютных приростов.

Применение среднего темпа роста (и среднего темпа прироста) для описания динамики ряда соответствует его представлению в виде показательной или экспоненциальной кривой, проведенной через две крайние точки. Поэтому использование этого показателя в качестве обобщающего целесообразно для тех процессов, изменение динамики которых происходит примерно с постоянным темпом роста. В этом случае прогнозное значение на L шагов вперед может быть получено по формуле:

$$\widehat{y}_{n+L} = y_n \cdot \overline{T}^L, \tag{1.5}$$

где

y_n — фактическое значение в последней n-ой точке ряда (конечный уровень ряда);

$\widehat{y}_{n+L}$ — прогнозное значение ($n + L$)-го уровня ряда;

$\overline{T}$ — значение среднего темпа роста, рассчитанное для временного ряда $y_1, y_2, \ldots, y_t, \ldots, y_n$ (не в %-ном выражении).

К недостаткам среднего абсолютного прироста и среднего темпа роста (среднего темпа прироста) следует отнести то, что они учитывают лишь конечный и начальный уровни ряда, исключают влияния промежуточных уровней. Тем не менее, эти показатели имеют весьма широкую область применения, что объясняется чрезвычайной простотой их вычисления. Они могут быть использованы как приближенные, простейшие способы прогнозирования, предшествующие более глубокому количественному и качественному анализу.

ГЛАВА 2. СГЛАЖИВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С ПОМОЩЬЮ СКОЛЬЗЯЩИХ СРЕДНИХ

2.1. Применение простых скользящих средних

Распространенным приемом при выявлении и анализе тенденции развития является сглаживание временного ряда. Суть различных приемов сглаживания сводится к замене фактических уровней временного ряда расчетными уровнями, которые в меньшей степени подвержены колебаниям. Это способствует более четкому проявлению тенденции развития.

Методы сглаживания можно условно разделить на два класса, опирающиесяна различные подходы:

- *аналитический подход;*
- *алгоритмический подход.*

Аналитический подход основан на допущении, что исследователь может задать общий вид функции, описывающей регулярную, неслучайную составляющую. Например, на основе визуального и содержательного экономического анализа динамики временного ряда предполагается, что трендовая составляющая может быть описана с помощью показательной функции: $y_t = a \cdot b^t$.

Тогда на следующем этапе будет произведена статистическая оценка неизвестных коэффициентов модели, а затем определены сглаженные значения уровней временного ряда путем подстановки соответствующего значения временного параметра t в полученное уравнение (заданное в явном аналитическом виде). Процедуры моделирования, опирающиеся на этот подход, рассматриваются в следующей главе.

При использовании *алгоритмического подхода* отказываются от ограничительного допущения, свойственного аналитическому. Процедуры этого класса не предполагают описания динамики неслучайной составляющей с помощью единой функции, они предоставляют исследователю лишь алгоритм расчета неслучайной составляющей в любой заданный момент времени t. Методы сглаживания временных рядов с помощью скользящих средних относятся к этому подходу.

Иногда скользящие средние применяют как предварительный этап перед моделированием тренда с помощью процедур, относящихся к аналитическому подходу.

Скользящие средние позволяют сгладить как случайные, так и периодические колебания, выявить имеющуюся тенденцию в развитии процесса, и поэтому служат важным инструментом при фильтрации компонент временного ряда.

Алгоритм сглаживания *по простой скользящей средней* может быть представлен в виде следующей последовательности шагов:

1. Определяют длину интервала сглаживания ℓ, включающего в себя ℓ последовательных уровней ряда ($\ell < n$). При этом надо иметь в виду, что чем шире интервал сглаживания, тем в большей степени взаимопогашаются колебания, и тенденция развития носит более плавный, сглаженный характер. Чем сильнее колебания, тем шире должен быть интервал сглаживания.
2. Разбивают весь период наблюдения на участки, при этом интервал сглаживания как бы скользит по ряду с шагом, равным 1.
3. Рассчитывают средние арифметические из уровней ряда, образующих каждый участок.
4. Заменяют фактические значения ряда, стоящие в центре каждого участка, на соответствующие средние значения.

При этом удобно брать длину интервала сглаживания ℓ в виде нечетного числа: $\ell = 2p + 1$, т.к. в этом случае полученные значения скользящей средней приходятся на средний член интервала.

Наблюдения, которые берутся для расчета среднего значения, называются *активным участком сглаживания*.

При нечетном значении ℓ все уровни активного участка могут быть представлены в виде:

$$y_{t-p}, y_{t-p+1}, \dots, y_{t-1}, y_t, y_{t+1}, \dots, y_{t+p-1}, y_{t+p},$$

где

y_t — центральный уровень активного участка;

$y_{t-p}, y_{t-p+1}, \dots, y_{t-1}$ — последовательность из p уровней активного участка, предшествующих центральному;

$y_{t+1}, \dots, y_{t+p-1}, y_{t+p}$ — последовательность из p уровней активного участка, следующих за центральным.

Тогда скользящая средняя рассчитывается по формуле:

$$\hat{y}_t = \frac{\sum_{i=t-p}^{t+p} y_i}{2p+1} = \frac{y_{t-p} + y_{t-p+1} + \dots + y_{t+p-1} + y_{t+p}}{2p+1}, \tag{2.1}$$

где

y_i — фактическое значение i-го уровня;

$\hat{y}_t$ — значение скользящей средней в момент t;

$2p + 1$ — длина интервала сглаживания.

Процедура сглаживания приводит к устранению периодических колебаний во временном ряду, если длина интервала сглаживания берется равной или кратной периоду колебаний.

Для устранения сезонных колебаний часто требуется использовать четырех- и двенадцатичленные скользящие средние, но при этом не будет выполняться условие нечетности длины интервала сглаживания. Поэтому при четном числе уровней принято первое и последнее наблюдение на активном участке брать с половинными весами:

$$\hat{y}_t = \frac{\frac{1}{2} y_{t-p} + y_{t-p+1} + \dots + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + \dots + y_{t+p-1} + \frac{1}{2} y_{t+p}}{2p} = \frac{\frac{1}{2} y_{t-p} + \sum_{i=t-p+1}^{t+p-1} y_i + \frac{1}{2} y_{t+p}}{2p} \tag{2.2}$$

Тогда для сглаживания сезонных колебаний при работе с временными рядами квартальной или месячной динамики можно использовать 4- (2.3) и 12-членные (2.4) скользящие средние: $\hat{y}_t = \dfrac{\frac{1}{2} y_{t-2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + \frac{1}{2} y_{t+2}}{4}$; (2.3)

$$\hat{y}_t = \frac{\frac{1}{2} y_{t-6} + y_{t-5} + \dots + y_t + \dots + y_{t+5} + \frac{1}{2} y_{t+6}}{12}. \tag{2.4}$$

В (2.3) каждый активный участок содержит 5 уровней, в (2.4) —13, при этом крайние уровни имеют половинные весовые коэффициенты.

При использовании скользящей средней с длиной активного участка $\ell = 2p + 1$ первые и последние p уровней ряда сгладить нельзя, их значения теряются. Очевидно, что потеря значений последних точек является существенным недостатком, так как для исследователя последние «свежие» данные обладают наибольшей информационной ценностью.

Рассмотрим один из приемов, позволяющих восстановить потерянные значения временного ряда при использовании простой скользящей средней. Для этого необходимо:

1). Вычислить средний абсолютный прирост на последнем активном участке

$$y_{t-p}, y_{t-p+1}, \ldots, y_{t-1,} y_t, y_{t+1}, \ldots, y_{t+p-1}, y_{t+p}:$$

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_{t+p} - y_{t-p}}{\ell - 1},$$

где

ℓ — длина активного участка;

y_{t+p} — значение последнего уровня на активном участке;

y_{t-p} — значение первого уровня на активном участке;

$\overline{\Delta y}$ — средний абсолютный прирост на последнем активном участке.

2) Получить p сглаженных значений в конце временного ряда путем последовательного прибавления среднего абсолютного прироста к последнему сглаженному значению.

Аналогичную процедуру можно реализовать для оценивания первых уровней временного ряда.

Метод простой скользящей средней применим, если графическое изображение динамического ряда напоминает прямую. Когда тренд выравниваемого ряда имеет изгибы и для исследователя желательно сохранить мелкие волны, то применение простой скользящей средней нецелесообразно.

Если для процесса характерно нелинейное развитие, то простая скользящая средняя может привести к существенным искажениям. В этих случаях следует обратиться к взвешенной скользящей средней.

2.2. Использование взвешенных скользящих средних

При построении взвешенной скользящей средней на каждом активном участке значение центрального уровня заменяется на расчетное, определяемое по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\hat{y}_{\mathrm{t}} = \frac{\sum_{\mathrm{i=t-p}}^{\mathrm{t+p}} \mathrm{y_i} \cdot w_i}{\sum_{i=t-p}^{t+p} w_i}, \tag{2.5}$$

где

w_i — весовые коэффициенты.

Простая скользящая средняя учитывает все уровни ряда, входящие в активный участок сглаживания, с равными весами (w_i), а взвешенная средняя приписывает каждому уровню вес, зависящий от удаления данного уровня до уровня, стоящего в середине активного участка. Это вызвано тем, что при простой скользящей средней выравнивание на каждом активном участке производится по прямой (полиному первого порядка), а при сглаживании по взвешенной скользящей средней используются полиномы более высоких порядков, чаще всего — 2-го или 3-его порядка. Поэтому метод простой скользящей средней может рассматриваться как частный случай метода взвешенной скользящей средней.

Выравнивание с помощью взвешенной скользящей средней осуществляется следующим образом.

Для каждого активного участка подбирается полином вида

$$\widehat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \ldots \ ,$$

коэффициенты которого оцениваются с помощью метода наименьших квадратов (МНК). При этом начало отсчета (начало координат) переносится в середину активного участка. Например, для длины интервала сглаживания $\ell = 7$ рассматриваются моменты времени t: –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3.

Тогда сглаженным значением для уровня, стоящего в середине активного участка, будет значение параметра a_0 подобранного полинома.

Нет необходимости каждый раз заново вычислять весовые коэффициенты при уровнях ряда, входящих в активный участок сглаживания, так как они будут одинаковыми для каждого активного участка.

Проиллюстрируем процедуру определения весовых коэффициентов на следующем примере.

Пусть длина интервала сглаживания $\ell = 5$, а локальное поведение сглаженного временного ряда внутри каждого активного участка описывается с помощью полинома второго порядка. Перенесем начало координат в середину временного интервала, т.е. будем рассматривать моменты времени: t = –2, –1, 0, 1, 2.

Неизвестные коэффициенты полинома второй степени оцениваются с помощью МНК, т.е. находятся коэффициенты минимизирующие функционал:

$$Q = \sum_{t=-2}^{2} (y_t - a_0 - a_1 t - a_2 t^2)^2 \Rightarrow \min$$

Находим частные производные и приравниваем их нулю:

$$\frac{\partial Q}{\partial a_j} = 0 \, , j = 0; 1, 2.$$

Отсюда, учитывая, что после переноса начала координат в середину временного интервала $\sum_{t=-2}^{2} t^k = 0$, где k — нечетное число, получим упрощенную систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{t=-2}^{2} y_t = 5a_0 + 10a_2 \\ \sum_{t=-2}^{2} t y_t = 10a_1 \\ \sum_{t=-2}^{2} t^2 y_t = 10a_0 + 34a_2 \end{cases} \qquad (2.6)$$

Сглаженное значение в центральной точке активного участка определяется коэффициентом a_0, который входит в первое и третье уравнения системы (2.6).

Поэтому из уравнений (1) и (3) системы (2.6) определим выражение для коэффициента a_0:

$$a_0 = \frac{1}{35}(-3y_{-2} + 12y_{-1} + 17y_0 + 12y_1 - 3y_2)$$

Таким образом, оценка сглаженного значения в центральной точке активного участка определяется как взвешенная средняя арифметическая из пяти уровней, образующих этот участок (см. (2.5)). Соответствующие весовые коэффициенты равны:

$$-\frac{3}{35}; \frac{12}{35}; \frac{17}{35}; \frac{12}{35}; \frac{-3}{35}.$$

Учитывая симметрию относительно центрального значения, их можно представить с помощью символической записи:

$$a_0 = \frac{1}{35}\left[-3; 12; 17\right] \text{ (см. табл. 2.1).}$$

Процедура определения весовых коэффициентов носит общий характер. Если для каждого активного участка с длиной интервала сглаживания $\ell = 2p+1$ подбирается полином порядка m, то согласно МНК необходимо минимизировать функционал:

$$Q = \sum_{t=-p}^{p}(y_t - a_O - a_1 t - \ldots - a_m t^m)^2$$

При этом весовые коэффициенты, найденные для сглаживания по полиномам четной степени $m = 2k$, будут неизменными при использовании полиномов степени $m' = 2k+1$ (т.е. для полиномов на единицу большей нечетной степени).

В таблице 2.1 представлены весовые коэффициенты в зависимости от длины интервала сглаживания (при сглаживании по полиному 2-го или 3-го порядка).

Таблица 2.1.

Весовые коэффициенты для взвешенной скользящей средней (при сглаживании по полиномам второго и третьего порядка)

Длина интервала сглаживания	**Весовые коэффициенты**
5	$\frac{1}{35}\left[-3, +12, +\mathbf{17}\right]$
7	$\frac{1}{21}\left[-2, +3, +6, +\mathbf{7}\right]$
9	$\frac{1}{231}\left[-21, +14, +39, +54, +\mathbf{59}\right]$
11	$\frac{1}{429}\left[-36, +9, +44, +69, +84, +\mathbf{89}\right]$
13	$\frac{1}{143}\left[-11, 0, +9, +16, +21, +24, +\mathbf{25}\right]$

Так как веса симметричны относительно центрального уровня, то в таблице использована символическая запись: приведены веса для половины уровней активного участка; выделен вес, относящийся к уровню, стоящему в центре участка сглаживания. Для оставшихся уровней веса не приводятся, т. к. они могут быть симметрично отражены.

Отметим важные свойства весовых коэффициентов:

1) Они симметричны относительно центрального уровня.
2) Сумма весов с учетом общего множителя, вынесенного за скобки, равна единице.
3) Наличие как положительных, так и отрицательных весов, позволяет сглаженной кривой сохранять различные изгибы кривой тренда.

Проиллюстрируем использование таблицы 2.1 на примере вычисления 5-членной взвешенной скользящей средней. В этом случае центральное значение на каждом активном участке $y_{t-2,}y_{t-1}, y_t, y_{t+1,}y_{t+2}$ будет оцениваться по формуле:

$$\widehat{y}_t = \frac{1}{35}\left(-3y_{t-2} + 12y_{t-1} + 17y_t + 12y_{t+1} - 3y_{t+2}\right),$$

где соответствующие весовые коэффициенты уровней –3/35, 12/35, 17/35 взяты из первой строки табл. 2.1

Разработаны специальные приемы, позволяющие восстанавливать потерянные значения временного ряда (краевые значения) при использовании взвешенной скользящей средней. При длине активного участка $\ell = 2p + 1$ для восстановления p первых и p последних потерянных уровней анализируемого временного ряда, как правило, используются расчетные значения, полученные с помощью аппроксимирующих полиномов той же степени, что и для сглаживания остальных членов ряда. Причем неизвестные коэффициенты полиномов определяются соответственно по $\ell = 2p + 1$ первым и последним уровням временного ряда.

Следует отметить, что процедуры скользящих средних представляют собой важное аналитическое средство, обладая рядом бесспорных достоинств (простота вычисления и интерпретации и др.), однако при этом их использование требует определенного опыта исследователя. На практике скользящие средние широко применяются совместно с кривыми роста, используются при оценивании сезонной составляющей во временных ряда, в процедурах сезонной корректировки. Также они служат важным инструментом исследования в техническом анализе товарных и финансовых рынков.

ГЛАВА 3. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ С ПОМОЩЬЮ МОДЕЛЕЙ КРИВЫХ РОСТА

3.1. Применение моделей кривых роста в экономическом прогнозировании

На практике для описания тенденции развития явления широко используются *модели кривых роста*, представляющие собой различные функции времени $y = f(t)$. При таком подходе изменение исследуемого показателя связывают лишь с течением времени; считается, что влияние других факторов несущественно или косвенно сказывается через фактор времени.

Правильно выбранная модель кривой роста должна соответствовать характеру изменения тенденции исследуемого явления. Кривая роста позволяет получить выровненные или теоретические значения уровней динамического ряда. Это те уровни, которые наблюдались бы в случае полного совпадения динамики явления с кривой.

Прогнозирование на основе модели кривой роста базируется на экстраполяции, т. е. на продлении в будущее тенденции, наблюдавшейся в прошлом.

При этом предполагается, что во временном ряду присутствует тренд, характер развития показателя обладает свойством инерционности, сложившаяся тенденция не должна претерпевать существенных изменений в течение периода упреждения.

Процедура разработки прогноза с использованием кривых роста включает в себя следующие этапы:

1) выбор одной или нескольких кривых, форма которых соответствует характеру изменения временного ряда;
2) оценка параметров выбранных кривых;
3) проверка адекватности выбранных кривых прогнозируемому процессу, оценка точности моделей и окончательный выбор кривой роста;
4) расчет точечного и интервального прогнозов.

В настоящее время в литературе описано несколько десятков кривых роста, многие из которых широко применяются для выравнивания экономических временных рядов.

Кривые роста условно могут быть разделены на три класса в зависимости от того, какой тип динамики развития они хорошо описывают.

К I типу относятся функции, используемые для описания процессов с монотонным характером тенденции развития и отсутствием пределов роста. Эти условия справедливы для многих экономических показателей, например, для большинства натуральных показателей промышленного производства.

Ко II классу относятся кривые, описывающие процесс, который имеет предел роста в исследуемом периоде. С такими процессами часто сталкиваются в демографии, при изучении потребностей в товарах и услугах (в расчете на душу населения), при исследовании эффективности использования ресурсов и т.д. Примерами показателей, для которых могут быть указаны пределы роста, являются среднедушевое потребление определенных продуктов питания, расход удобрений на единицу площади и т.п.

Функции, относящиеся ко II классу, называются *кривыми насыщения*. Если кривые насыщения имеют точки перегиба, то они относятся к III типу кривых роста — *к S-образным кривым*.

Эти кривые описывают как бы два последовательных лавинообразных процесса (когда прирост зависит от уже достигнутого уровня): один с ускорением развития, другой — с замедлением.

S-образные кривые находят применение в демографических исследованиях, в страховых расчетах, при решении задач прогнозирования научно-технического прогресса, при определении спроса на новый вид продукции.

Вопрос о выборе кривой является основным при выравнивании ряда.

Существует несколько подходов к решению этой задачи, однако, все они предполагают знакомство с основными свойствами используемых кривых роста. Поэтому остановимся на характеристике отдельных типов кривых, наиболее часто применяемых на практике.

Среди кривых роста I типа, прежде всего следует выделить *класс полиномов*:

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + ... + a_p t^p, \tag{3.1}$$

где

a_i $(i = 0, 1, ... ,p)$ — параметры многочлена,

t — независимая переменная (время), $t = 1, 2, \dots, n$.

Коэффициенты полиномов невысоких степеней могут иметь конкретную интерпретацию в зависимости от содержания динамического ряда. Например, их можно трактовать как скорость роста (a_1), ускорение роста (a_2), изменение ускорения (a_3), начальный уровень ряда при $t = 0$ (a_0).

Обычно в экономических исследованиях применяются полиномы не выше третьего порядка. Использовать для определения тренда полиномы высоких степеней нецелесообразно, поскольку полученные таким образом аппроксимирующие функции будут отражать случайные отклонения (что противоречит смыслу тенденции).

Полином первой степени $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$ на графике изображается прямой и используется для описания процессов, развивающихся во времени равномерно.

Полином второй степени $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ применим в тех случаях, когда процесс развивается равноускоренно (т.е. имеется равноускоренный рост или равноускоренное снижение уровней).

Как известно, если параметр $a_2 > 0$, то ветви параболы направлены вверх, если же $a_2 < 0$, то вниз. Параметры a_0 и a_1 не влияют на форму параболы, а лишь определяют ее положение.

Полином третьей степени имеет вид $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$.

У этого полинома знак прироста ординат может изменяться один или два раза (рис. 3.1).

Отличительная черта полиномов — отсутствие в явном виде зависимости приростов от значений ординат (y_t).

Оценки параметров в модели (3.1) определяются методом наименьших квадратов. Как известно, суть его состоит в нахождении таких параметров, при которых сумма квадратов отклонений расчетных значений уровней от фактических значений была бы минимальной. Таким образом, эти оценки находятся в результате минимизации выражения:

$$\sum_{t=1}^{n} \left(y_t - \hat{y}_t\right)^2 \to \min, \tag{3.2}$$

где

$\boldsymbol{y_t}$ — фактическое значение уровня временного ряда;

$\hat{y}_t$ — расчетное значение;

n — длина временного ряда.

Не будем останавливаться на математическом аппарате метода наименьших квадратов, подробно описанного в литературе по математической статистике.

Приведем систему нормальных уравнений, полученную в результате минимизации выражения (3.2):

$$\begin{cases} \sum y_t = a_0 \cdot n + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 + ... + a_p \sum t^p \\ \sum y_t t = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 + ... + a_p \sum t^{p+1} \\ ... \qquad\qquad ... \qquad\qquad ... \\ \sum y_t t^{p-1} = a_0 \sum t^{p-1} + a_1 \sum t^p + a_2 \sum t^{p+1} + ... + a_p \sum t^{2p-1} \\ \sum y_t t^p = a_0 \sum t^p + a_1 \sum t^{p+1} + a_2 \sum t^{p+2} + ... + a_p \sum t^{2p} \end{cases} \tag{3.3}$$

Система (3.3) состоит из (p + 1) линейных уравнений, содержащих в качестве неизвестных величин (p + 1) коэффициентов a_0, a_1, ..., a_p. Решение этой системы позволяет вычислить оценки искомых коэффициентов.

Системы для оценивания полиномов невысоких степеней выглядят намного проще. Например, нормальные уравнения для оценивания параметров прямой (полинома первой степени $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$) имеют вид:

$$\begin{cases} \sum y_t = a_0 \cdot n + a_1 \sum t \\ \sum y_t t = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 \end{cases} \tag{3.4}$$

Решение этой системы относительно искомых параметров дает следующие выражения:

$$a_1 = \frac{\sum y_t \cdot t - \frac{\sum y_t}{n} \cdot \sum t}{\sum t^2 - \frac{\left(\sum t\right)^2}{n}}; \qquad a_0 = \frac{\sum y_t}{n} - a_1 \frac{\sum t}{n}. \tag{3.5}$$

Для параболы 2-го порядка получим аналогичную систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} \sum y_t = a_0 \cdot n + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 \\ \sum y_t \cdot t = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 \\ \sum y_t \cdot t^2 = a_0 \sum t^2 + a_1 \sum t^3 + a_2 \sum t^4 \end{cases} \tag{3.6}$$

Эта система содержит три уравнения, позволяющих найти оценки трех неизвестных коэффициентов a_0, a_1, a_2.

Составление нормальных уравнений можно упростить, воспользовавшись тем, что величины Σt, Σt^2, … не зависят от конкретных уровней динамического ряда. Эти суммы являются функциями только числа членов в динамическом ряду. Для них получены следующие формулы:

$$\begin{cases} \sum t = \frac{n(n+1)}{2}; \quad \sum t^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}; \\ \sum t^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}; \quad \sum t^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}. \end{cases} \tag{3.7}$$

(Суммирование в (3.3) — (3.7) по $t = 1 \div n$).

Другой подход к упрощению расчетов заключается в переносе начала координат в середину ряда динамики. Это позволяет упростить сами нормальные уравнения, а также уменьшить абсолютные значения величин, участвующих в расчете. Если до переноса начала координат t было равно 1, 2, 3,..., то после переноса:

- для четного числа членов ряда t = ..., –5; –3; –1; 1; 3; 5;...;
- для нечетного числа членов ряда t = ..., –3; –2; –1; 0; 1; 2; 3;... .

Таким образом, $\sum t^k$, где k — нечетное число, равна 0. Такой подход существенно упрощает систему (3.3).

После переноса начала координат в середину ряда динамики оценки параметров соответствующих полиномов определяются с помощью следующих выражений:

для прямой
$$\begin{matrix} a_0 = \dfrac{\sum y_t}{n}; \\ a_1 = \dfrac{\sum y_t t}{\sum t^2} \end{matrix} ; \qquad (3.8)$$

для параболы
$$\begin{matrix} a_0 = \dfrac{\sum y_t}{n} - \dfrac{\sum t^2}{n}\left[\dfrac{n\sum y_t t^2 - \sum t^2 \sum y_t}{n\sum t^4 - \left(\sum t^2\right)^2}\right]; \\ a_1 = \dfrac{\sum y_t t}{\sum t^2}; \\ a_2 = \dfrac{n\sum y_t t^2 - \sum t^2 \sum y_t}{n\sum t^4 - \left(\sum t^2\right)^2} \end{matrix} \qquad (3.9)$$

В формулах (3.8) — (3.9) суммирование проводится по t, полученному после переноса начала координат в середину ряда динамики.

Для класса экспоненциальных кривых, в отличие от полиномов, характерной является зависимость приростов от величины самой функции. Эти кривые хорошо описывают процессы, имеющие «лавинообразный» характер, когда прирост зависит от достигнутого уровня функции.

Простая экспоненциальная (показательная) кривая имеет вид:

$$y_t = ab^t \qquad (3.10)$$

Если $b > 1$, то кривая растет вместе с ростом t, и падает, если $b < 1$.

Параметр a характеризует начальные условия развития, а параметр b — постоянный темп роста.

Действительно, темп роста равен

$$T_t = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100\% .$$

В данном случае

$$T_t = \frac{a \cdot b^t}{ab^{t-1}} \cdot 100\% = b \cdot 100\% = \text{const} .$$

Соответственно и темпы прироста постоянны:

$$K_t = T_t - 100\% = \text{const}$$

Можно показать, что логарифм ординаты этой функции линейно зависит от t; для этого прологарифмируем выражение (3.10):

$$\ln y_t = \ln a + t \ln b .$$

Пусть $\ln a = A$; $\ln b = B$. Тогда $\ln y_t = A + tB$.

Теперь, если тенденция ряда описывается с помощью модели $y_t = ab^t$, то для оценивания неизвестных параметров можем использовать систему нормальных уравнений для прямой (3.4).

Иначе говоря, нормальные уравнения строятся исходя из минимизации:

$$\sum\left(\ln\ y_t - \ln\ \hat{y}_t\right)^2 \to \min .$$

Соответственно в нормальных уравнениях вместо фактических уровней выступают их логарифмы:

$$\begin{cases} \sum \log\ y_t = n \cdot A + B\sum t \\ \sum\left(\log\ y_t\right)t = A\sum t + B\sum t^2 \end{cases} \tag{3.11}$$

Найдем неизвестные параметры A и B. Зная значения $A = \ln a$ и $B = \ln b$, определим значения a и b, и с помощью потенцирования получим показательную функцию, служащую для выравнивания ряда.

Такой подход к оцениванию неизвестных параметров привлекает своей универсальностью. Однако следует иметь в виду, что полученные оценки параметров оказываются смещенными, т.к. при расчете участвуют не исходные уровни, а их логарифмы. Смещение будет тем значительнее, чем больше разность между последовательными уровнями динамического ряда. Не приводит к смещению в подобных случаях нелинейный метод наименьших квадратов.

Более сложным вариантом экспоненциальной кривой является логарифмическая парабола

$$y_t = ab^t c^{t^2} \tag{3.12}$$

Прологарифмировав выражение (3.12), получим параболу

$$\ln y_t = \ln a + t \ln b + t^2 \ln c$$

Таким образом, оценку параметров логарифмической параболы можно опять осуществить с помощью метода наименьших квадратов, используя систему нормальных уравнений для параболы (3.6). При этом остаются в силе сделанные выше замечания о смещении полученных оценок.

Все рассмотренные типы кривых используются для описания монотонно возрастающих или убывающих процессов без «насыщения».

Когда процесс характеризуется «насыщением», его следует описывать при помощи кривой, имеющей отличную от нуля асимптоту. Примером такой кривой может служить модифицированная экспонента:

$$y_t = k + ab^t , \tag{3.13}$$

где

$y = k$ является горизонтальной асимптотой.

Если параметр a отрицателен, то асимптота находится выше кривой, если a положителен, то ниже. При решении экономических задач чаще всего приходится иметь дело с кривой, у которой $a < 0$, $b < 1$. В этом случае рост уровней происходит с замедлением и стремится к некоторому пределу.

При решении экономических задач часто можно определить значение асимптоты исходя из свойств прогнозируемого процесса (например, коэффициент использования оборудования не может превышать 1). Иногда значение асимптоты задается экспертным путем. В этих случаях другие параметры кривой могут быть определены с помощью метода наименьших квадратов после приведения уравнения к линейному виду:

$$y_t - k' = ab^t, \tag{3.14}$$

где

k' — заданное значение асимптоты.

Прологарифмировав (3.14), можно для оценивания параметров ln$a$ и ln$b$ использовать систему нормальных уравнений (3.11).

Кроме того, для оценивания параметров модифицированной экспоненты возможно применение как нелинейного метода наименьших квадратов, так и ряда других методов.

Таким образом, модифицированная экспонента хорошо описывает процесс, на развитие которого воздействует ограничивающий фактор, причем влияние этого воздействия растет вместе с ростом достигнутого уровня.

Если воздействие ограничивающего фактора начинает сказываться только после определенного момента (точки перегиба), до которого процесс развивался по некоторому экспоненциальному закону, то для выравнивания используют *S-образные кривые*.

Наиболее известными из них являются кривая Гомперца и логистическая кривая (кривая Перла-Рида).

Уравнение кривой Гомперца имеет вид:

$$y_t = ka^{b^t}.$$

Кривая несимметрична.

Если log a <0, кривая имеет S-образный вид, при этом асимптота, равная k, проходит выше кривой.

Если log a >0, асимптота, равная k, лежит ниже кривой, а сама кривая изменяется монотонно: при $b < 1$ — монотонно убывает; при $b > 1$ — монотонно возрастает.

Для решения экономических задач наибольший интерес представляет вариант этой кривой, когда log $a < 0$ и $b < 1$ (рис. 3.1).

Уравнение логистической кривой получается путем замены в модифицированной экспоненте y_t обратной величиной $\dfrac{1}{y_t}$:

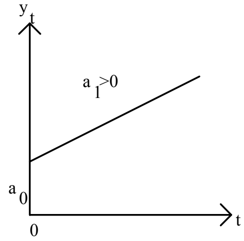
$$\frac{1}{\widehat{y}_t} = k + ab^t.$$

Используется и другая форма записи уравнения логистической кривой:

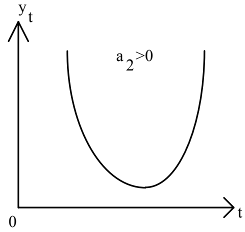
$$\widehat{y}_t = \frac{k}{1 + be^{-a \cdot t}}.$$

При $t \to -\infty$ ордината стремится к нулю, а при $t \to \infty$ — к асимптоте, равной значению параметра k. Кривая симметрична относительно точки перегиба с координатами: $t = \ln b : a$; $y_t = k : 2$.

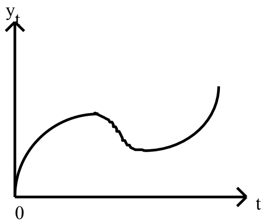
Как видно из графика, логистическая функция возрастает сначала ускоренным темпом, затем темп роста замедляется и наконец рост почти полностью прекращается, о чем свидетельствует тот факт, что кривая асимптотически приближается к некоторой прямой, параллельной оси абсцисс.



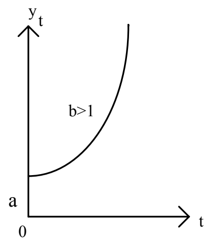
1) полином первого порядка $\widehat{y}_t = a_0 + a_1 t$;



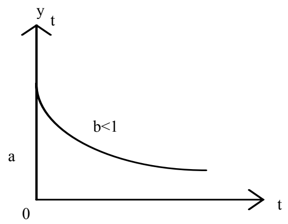
2) полином второго порядка $\widehat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$;

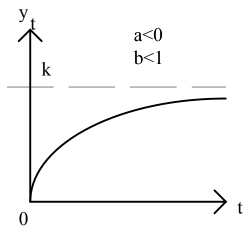


3) полином третьего порядка $\widehat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$;

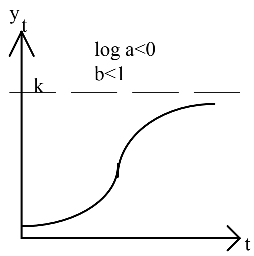


4) показательная кривая $\widehat{y}_t = ab^t$;

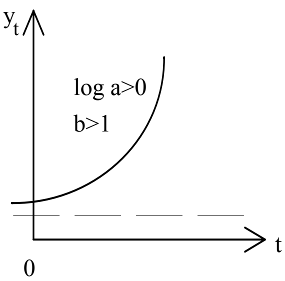


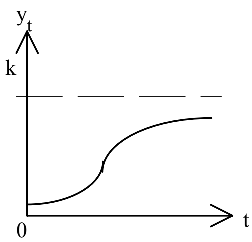


5) модифицированная экспонента $y_t = k + ab^t$;



6) кривая Гомперца $y_t = ka^{b^t}$;





7) логистическая кривая $\dfrac{1}{\widehat{y}_t} = k + ab^t$.

Рис. 3.1. Кривые роста

С помощью этой функции хорошо описывается развитие новой отрасли (нового производства). Сначала технические методы производства еще недостаточно разработаны, издержки производства высоки и спрос на рынке на данный товар еще очень мал, поэтому производство развивается медленно. В дальнейшем, благодаря усовершенствованию технических методов изготовления, переходу к массовому производству и увеличению емкости рынка для данного товара производство растет быстрее. Затем наступает период насыщения рынка, рост производства все более замедляется и наконец почти прекращается. Наступает стабилизация производства на определенном уровне.

Однако выявленные закономерности развития следует обобщать с определенной осторожностью, причем для коротких периодов. Выявленная тенденция развития производства может быть нарушена, например, вследствие технического переворота в данной отрасли или связанной с нею.

Таким образом, в данной главе рассмотрены наиболее часто используемые в экономических исследованиях виды кривых роста. Выявленные особенности и свойства этих кривых могут существенно помочь при решении задачи выбора типа кривой.

3.2. Методы выбора кривых роста

Существует несколько практических подходов, облегчающих процесс выбора формы кривой роста.

Наиболее простой путь — визуальный анализ, опирающийся на изучение графического изображения временного ряда. Подбирают такую кривую роста, форма которой соответствует фактическому развитию процесса. Если на графике исходного ряда тенденция развития недостаточно четко просматривается, то можно провести некоторые стандартные преобразования ряда (например, сглаживание), а потом подобрать функцию, отвечающую графику преобразованного ряда. В современных пакетах статистической обработки имеется богатый арсенал стандартных преобразований данных и широкие возможности для графического изображения, в том числе в различных масштабах. Все это позволяет существенно упростить для исследователя проведение данного этапа.

В статистической литературе описан метод последовательных разностей, помогающий при выборе кривых полиномиального типа. Этот метод применим при выполнении следующих предположений: уровни временного ряда могут быть представлены в виде суммы систематической составляющей и случайной компоненты, подчиненной нормальному закону распределения с математическим ожиданием, равным 0, и постоянной дисперсией. Метод предполагает вычисление первых, вторых и т. д. разностей уровней ряда.

Поясним, что для временного ряда $y_1, y_2, \ldots, y_n$ последовательные разности первого порядка определяются следующим образом: $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$, $t = 2, \ldots, n$. Последовательные разности второго порядка — это разности от последовательных разностей первого порядка: $\Delta^2 y_t = \Delta y_t - \Delta y_{t-1}$, $t = 3, \ldots, n$.

Аналогично последовательные разности порядка $k \geq 3$ можно представить в виде: $\Delta^k y_t = \Delta^{k-1} y_t - \Delta^{k-1} y_{t-1}$, $t = k + 1, \ldots, n$.

Расчет ведется до тех пор, пока разности не будут примерно равными. Порядок разностей принимается за степень выравнивающего полинома.

Существенную помощь при выборе кривых роста из более широкого класса функций может оказать метод характеристик прироста.

Процедура выбора кривых с использованием этого метода включает следующие шаги:

1) выравнивание ряда с помощью скользящей средней;

2) определение средних приростов;

3) вычисление производных характеристик прироста.

Для многих видов кривых были найдены такие преобразования приростов, которые линейно изменялись относительно t или были постоянны. В связи с этим исследование рядов характеристик приростов часто оказывает существенную помощь при определении законов развития исходных временных рядов.

Данный метод является более универсальным по сравнению с методом последовательных разностей.

Однако чаще всего на практике к выбору формы кривой подходят исходя из значений критерия, в качестве которого принимают сумму квадратов отклонений фактических значений уровней от расчетных, получаемых выравниванием. Из рассматриваемых кривых предпочтение будет отдано той, которой соответствует минимальное значение критерия, т.к. чем меньше значение критерия, тем ближе к кривой ложатся данные наблюдений.

Используя этот подход, следует иметь в виду ряд моментов.

Во-первых, к ряду, состоящему из m точек можно подобрать многочлен (полином) степени (m – 1), проходящий через все m точек.

Во-вторых, существует множество многочленов более высоких степеней, также проходящих через все эти точки. Для этих многочленов значение критерия будет равно 0, однако очевидно, что такая кривая не слишком пригодна как для выделения тенденции, так и для целей прогнозирования.

Также следует учитывать, что за счет роста сложности кривой можно увеличить точность описания тренда в прошлом, однако доверительные интервалы при прогнозировании будут существенно шире, чем у более простых кривых при одинаковом периоде упреждения, например, за счет большего числа параметров.

Таким образом, использование этого подхода должно проходить в два этапа. На первом — происходит ограничение приемлемых функций, исходя из содержательного анализа задачи. На втором — осуществляется расчет значений критерия и выбор на его основе наиболее подходящей кривой роста. Необходимость содержательного анализа изучаемого процесса развития может быть проиллюстрирована следующими примерами.

Предположим, что на ретроспективном участке ряд динамики может быть хорошо описан с помощью экспоненциальной кривой. Однако первая половина логистической кривой также представлена экспонентой. Поэтому принять гипотезу об экспоненциальной тенденции ряда в будущем можно только после проведения содержательного анализа, в ходе которого следует дать ответ на вопрос: возможно ли наступление “насыщения” при данной совокупности условий. Например, процесс производства может быть ограничен материальными ресурсами или производственными мощностями.

Возможна ситуация, когда наилучшей функцией по данному критерию будет признана прямая, однако полученное на ее основе прогнозное значение будет отрицательным. Если из экономической сути показателя вытекает невозможность отрицательных значений (например, при прогнозировании объема выпускаемой продукции), то, естественно, следует отказаться от этой функции, выбрав менее «удачную» по данному критерию, но соответствующую содержательному смыслу показателя. Например, более подходящей в этом случае может оказаться показательная кривая (3.10) при значении параметра $b < 1$ (см. рис. 3.1).

В современных пакетах статистической обработки данных и анализа временных рядов представлен широкий спектр кривых роста, например, в пакете «Олимп», разработанном в МЭСИ и широко используемом в учебном процессе, реализованы 16 кривых роста. Причем, возможны несколько режимов работы, удобных для пользователя. Можно среди этих кривых выбрать отдельную функцию, и получить подробный протокол, включающий оценки параметров, характеристики остатков, прогнозы, интервальные и точечные. Можно выделить на экране несколько функций, тогда протокол будет содержать оценки параметров всех заказанных функций и значения критерия для каждой из них. В качестве критерия выбирается средняя квадратическая ошибка:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \hat{y}_t)^2}{n}}, \qquad (3.15)$$

где

y_t — фактическое значение уровня ряда;

$\hat{y}_t$ — расчетное значение уровня ряда, полученное по модели;

n — длина ряда.

Подробный протокол, а также прогнозные значения, на заданное пользователем число временных интервалов, приводятся для функции, отвечающей минимуму указанного критерия. Представляется целесообразным для пользователя на основе выше рассмотренных подходов заранее отвергнуть заведомо непригодные варианты, ограничить поле выбора. Отметим, что на практике часто в качестве знаменателя подкоренного выражения принимают величину ($n - k$), где k — число оцениваемых коэффициентов модели.

В заключение отметим, что нет «жестких» рекомендаций для выбора кривых роста. Особенно осторожно следует подходить к решению этой задачи при использовании полученной функции для экстраполирования найденных закономерностей в будущее. Применение кривых роста должно базироваться на предположении о сохранении выявленной тенденции в прогнозируемом периоде. Рассмотренные в данном разделе различные статистические приемы и методы могут помочь исследователю при осуществлении сложного выбора подходящей кривой роста.

Пример 3.1.

В таблице 3.1 представлены данные об остатках вкладов населения в банках за 15 месяцев. Остатки вкладов указаны на начало каждого месяца.

Таблица 3.1.

Остатки вкладов населения в банках, млрд. руб.

Порядковый номер месяца	y_t	**Порядковый номер месяца**	y_t	**Порядковый номер месяца**	y_t
1	14717	6	23342	11	40524
2	16642	7	28317	12	45416
3	18504	8	30624	13	50857
4	20376	9	33408	14	56024
5	21321	10	36505	15	59381

Необходимо рассчитать прогнозное значение остатков вкладов населения в банках на начало 16-го месяца, исходя из предположения, что тенденция ряда может быть описана:

а) линейной моделью $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$ *;*

б) параболической моделью $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ *;*

в) показательной моделью $\hat{y}_t = a \cdot b^t$ *.*

Решение

а) Для расчета коэффициентов линейного тренда воспользуемся выражениями, полученными из системы нормальных уравнений после переноса начала координат в середину ряда (3.8). Так как число уровней ряда динамики нечетное (n = 15), то центральный уровень (восьмой) принимается за начало отсчета, ему соответствует t = 0. Вышестоящие уровни нумеруются с шагом –1, нижестоящие — с шагом +1 (гр.3 табл.3. 2).

В таблице 3. 2 представлены необходимые вспомогательные вычисления.

Таблица 3.2.

Расчет параметров линейной и параболической моделей

№	y_t	t	$y_t t$	t^2	$y_t t^2$	t^4
1	2	3	4	5	6	7
1	14717	–7	–103019	49	721133	2401
2	16642	–6	–99852	36	599112	1296
3	18504	–5	–92520	25	462112	625
4	20376	–4	–81504	16	326016	256
5	21321	–3	–63963	9	191889	81
6	23342	–2	–46684	4	93368	16
7	28317	–1	–28317	1	28317	1
8	30624	0	0	0	0	0
9	33408	1	33408	1	33408	1
10	36505	2	73010	4	146020	16
11	40524	3	121572	9	364716	81
12	45416	4	181664	16	726656	256
13	50857	5	254285	25	1271425	625
14	56024	6	336144	36	2016864	1296
15	59381	7	415667	49	2909669	2401
$\sum$	495958		899891	280	9891193	9352

В соответствии с (3.8):

$$a_0 = \frac{\sum_t y_t}{n} = \frac{495\ 958}{15} = 33\ 063{,}866;$$

$$a_1 = \frac{\sum_t y_t \cdot t}{\sum_t t^2} = \frac{899891}{280} = 3213{,}896.$$

Следовательно, уравнение линейного тренда имеет вид:

$$\hat{y}_t = 33063{,}866 + 3213{,}896\, t$$

Согласно этой модели оценка среднего уровня ряда при $t = 0$ равна 33063,9 млрд. руб., а среднемесячный прирост остатков вкладов населения составляет 3213,9 млрд. руб.

Для прогнозирования на базе полученной модели на одну точку вперед необходимо в нее подставить соответствующее значение временного параметра, т. е. $t = 8$. (Если бы оценки коэффициентов модели были получены без переноса начала координат в середину ряда, то следовало бы подставить в модель значение временного параметра $t = 16$).

Определим прогнозное значение:

$$\hat{y}_8 = 33063{,}866 + 3213{,}896 \cdot 8\,; \quad \hat{y}_8 = 58775 \text{ млрд. руб.}$$

б) Для расчета коэффициентов параболического тренда также воспользуемся выражениями, полученными из системы нормальных уравнений после переноса начала координат в середину ряда (3.9).

Промежуточные вычисления представлены в таблице 3.2:

$$a_1 = \frac{899891}{280} = 3213{,}896$$

$$a_2 = \frac{15 \cdot 9891193 - 280 \cdot 495958}{15 \cdot 9352 - (280)^2} = 153{,}517$$

$$a_0 = 33063{,}866 - \frac{280}{15} \cdot 153{,}517 = 30198{,}16$$

Следовательно, уравнение параболического тренда примет вид:

$$\hat{y}_t = 30198{,}16 + 3213{,}896\, t + 153{,}517\, t^2$$

Для определения прогнозного значения показателя надо подставить в полученную модель соответствующее значение временного параметра ($t = 8$):

$$\hat{y}_8 = 30198{,}16 + 3213{,}896 \cdot 8 + 153{,}517 \cdot 8^2$$

$$\hat{y}_8 = 65734 \text{ млрд. руб.}$$

в) Для определения параметров тренда, описываемого показательной функцией, воспользуемся (3.8), (3.11).

Таблица 3.3.

Расчет параметров показательной модели

№	y_t	t	t^2	$\ln y_t$	$\ln(y_t)t$
1	2	3	4	5	6
1	14717	–7	49	9,5968	–67,1773
2	16642	–6	36	9,7197	–58,3181
3	18504	–5	25	9,8257	–49,1287
4	20376	–4	16	9,9221	–39,6885
5	21321	–3	9	9,9674	–29,9023
6	23342	–2	4	10,0580	–20,116
7	28317	–1	1	10,2512	–10,2512
8	30624	0	0	10,3295	0
9	33408	1	1	10,4166	10,4166
10	36505	2	4	10,5052	21,0104
11	40524	3	9	10,6097	31,829
12	45416	4	16	10,7236	42,8945
13	50857	5	25	10,8368	54,1839
14	56024	6	36	10,9335	65,6012
15	59381	7	49	10,9917	76,9421
$\sum$	495958		280	154,6876	28,2954

В таблице 3.3 представлены необходимые вспомогательные вычисления.

Тогда можно рассчитать:

$$\ln a = \frac{154{,}6876}{15} = 10{,}3125\,, \quad \ln b = \frac{28{,}2954}{280} = 0{,}1011\,.$$

Проведя потенцирование, получаем: $a = 30106{,}61$; $b = 1{,}11$.

Следовательно, уравнение тренда примет вид:

$$\hat{y}_t = 30106{,}61 \cdot 1{,}11^t$$

Согласно этой модели среднемесячный темп роста остатков вкладов населения составлял 111%. В точке, принятой за начало отсчета ($t = 0$), значение тренда равно 30106,61 млрд руб. Для определения прогнозного значения остатков вклада населения в банках на один месяц вперед подставляем в полученную модель значение $t = 8$:

$$\hat{y}_8 = 30106{,}61 \cdot 1{,}11^8;$$

$$\hat{y}_8 = 69382 \text{ млрд. руб.}$$

На рисунке 3.2 изображены фактические значения уровней временного ряда и расчетные значения уровней, полученные на основе двух трендовых моделей: линейной и параболической.

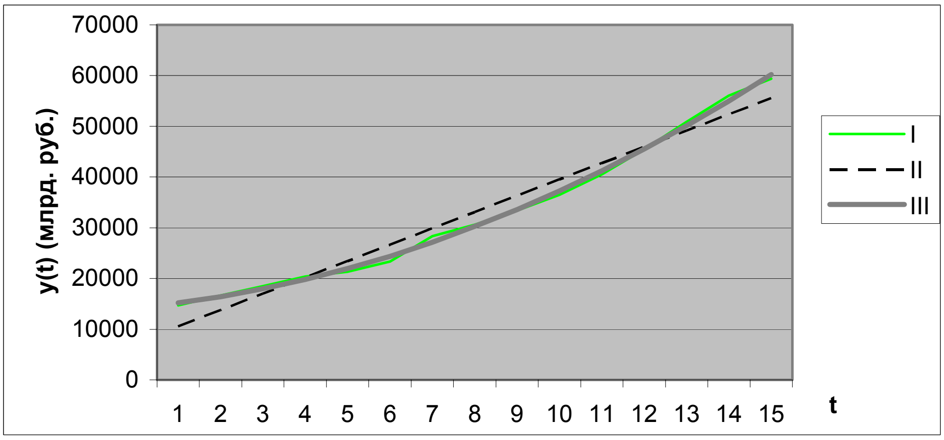


Рис. 3.2. Фактические (I) и расчетные уровни ряда динамики, полученные по линейной (II) и параболической (III) модели

Графический анализ свидетельствует о том, что линейную модель нельзя признать удачной, она не подходит для описания тенденции этого временного ряда. Полученный же на ее основе прогноз будет сильно занижен. Далека от реальности и показательная модель. Значительно ближе к фактическим данным ложатся уровни, выровненные по параболической модели, хотя прогнозное значение может быть несколько завышено. Дальнейшее исследование качества полученных моделей должно опираться на показатели, рассматриваемые в следующей главе.

ГЛАВА 4. ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ ИНТЕРВАЛЫ ПРОГНОЗА. ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ И ТОЧНОСТИ МОДЕЛЕЙ

4.1. Доверительные интервалы прогноза

Заключительным этапом применения кривых роста является экстраполяция тенденции на базе выбранного уравнения. Прогнозные значения исследуемого показателя вычисляют путем подстановки в уравнение кривой значений времени t, соответствующих периоду упреждения. Полученный таким образом прогноз называют *точечным*, так как для каждого момента времени определяется только одно значение прогнозируемого показателя.

На практике в дополнении к точечному прогнозу желательно определить границы возможного изменения прогнозируемого показателя, задать «вилку» возможных значений прогнозируемого показателя, т.е. вычислить *прогноз интервальный.*

Несовпадение фактических данных с точечным прогнозом, полученным путем экстраполяции тенденции по кривым роста, может быть вызвано:

1) субъективной ошибочностью выбора вида кривой;
2) погрешностью оценивания параметров кривых;
3) погрешностью, связанной с отклонением отдельных наблюдений от тренда, характеризующего некоторый средний уровень ряда на каждый момент времени.

Погрешность, связанная со вторым и третьим источником, может быть отражена в виде доверительного интервала прогноза. Доверительный интервал, учитывающий неопределенность, связанную с положением тренда, и возможность отклонения от этого тренда, определяется в виде:

$$\hat{y}_{n+L} \pm t_a S_p, \tag{4.1}$$

где

n — длина временного ряда;

L — период упреждения;

$\hat{y}_{n+L}$ — точечный прогноз на момент $n + L$;

t_α — значение t-статистики Стьюдента;

S_p — средняя квадратическая ошибка прогноза.

Предположим, что тренд может быть описан линейной моделью:

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t.$$

Так как оценки параметров определяются по выборочной совокупности, представленной временным рядом, то они содержат погрешность. Погрешность параметра a_0 приводит к вертикальному сдвигу прямой, погрешность параметра a_1 — к изменению угла наклона прямой относительно оси абсцисс. С учетом разброса конкретных реализаций относительно линий тренда, дисперсию S_p^2 можно представить в виде:

$$S_p^2 = \frac{S_y^2}{n} + S_y^2 \frac{(t_1 - \bar{t})^2}{\sum_{t=1}^{n}(t - \bar{t})^2} + S_y^2, \tag{4.2}$$

где

S_y^2 — дисперсия отклонений фактических наблюдений от расчетных;

t_1 — время упреждения, для которого делается экстраполяция; $t_1 = n + L$;

t — порядковый номер уровней ряда, $t = 1, 2, ..., n$;
$\bar{t}$ — порядковый номер уровня, стоящего в середине ряда; $\bar{t} = (n + 1) : 2$

Тогда доверительный интервал можно представить в виде:

$$\hat{y}_{n+L} \pm t_a S_y \sqrt{\frac{n+1}{n} + \frac{(t_1 - \bar{t})^2}{\sum_{t=1}^{n}(t - \bar{t})^2}}\,. \tag{4.3}$$

Обозначим корень в выражении (4.3) через K. Значение K зависит только от n и L, т.е. от длины ряда и периода упреждения. Поэтому можно составить таблицы значений K или $K^* = t_\alpha K$. Тогда интервальная оценка будет иметь вид:

$$\hat{y}_{n+L} \pm S_y K^* \tag{4.4}$$

Выражение, аналогичное (4.3), можно получить для полинома второго порядка:

$$\hat{y}_{n+L} \pm t_a S_y \sqrt{1 + \frac{t_1^2}{\sum t^2} + \frac{\sum t^4 - (2\sum t^2)t_1^2 + nt_1^4}{n\sum t^4 - (\sum t^2)^2}} \tag{4.5}$$

или

$$\hat{y}_{n+L} \pm S_y K^* \tag{4.6}$$

Дисперсия отклонений фактических наблюдений от расчетных определяется выражением:

$$S_y^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \hat{y}_t)^2}{n-k}, \tag{4.7}$$

где
y_t — фактические значения уровней ряда;
$\hat{y}_t$ — расчетные значения уровней ряда;
n — длина временного ряда;
k — число оцениваемых параметров выравнивающей кривой.

Таким образом, ширина доверительного интервала зависит от уровня значимости, периода упреждения, среднего квадратического отклонения от тренда и степени полинома.

Чем выше степень полинома, тем шире доверительный интервал при одном и том же значении S_y, так как дисперсия уравнения тренда вычисляется как взвешенная сумма дисперсий соответствующих параметров уравнения.

Доверительные интервалы прогнозов, полученных с использованием показательной модели, определяют аналогичным образом. Отличие состоит в том, что как при вычислении параметров кривой, так и при вычислении средней квадратической ошибки используют не сами значения уровней временного ряда, а их логарифмы.

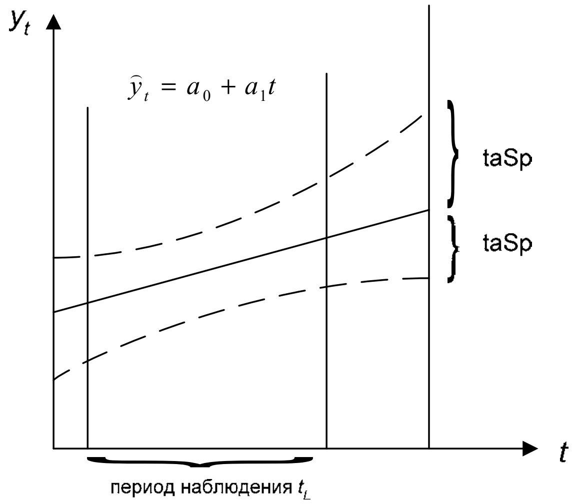


Рис. 4.1. Доверительные интервалы прогноза для линейного тренда

Таблица 4.1. [3]

Значения К* для оценки доверительных интервалов прогноза на основе линейного тренда и параболического тренда при доверительной вероятности 0,9

Длина временного ряда (n)	Линейный тренд. Период упреждения (L)			Длина временного ряда (n)	Параболический тренд. Период упреждения (L)		
	1	2	3		1	2	3
7	2,6380	2,8748	3,1399	7	3,948	5,755	8,152
8	2,4631	2,6391	2,8361	8	3,459	4,754	6,461
9	2,3422	2,4786	2,6310	9	3,144	4,124	5,408
10	2,2524	2,3614	2,4827	10	2,926	3,695	4,698
11	2,1827	2,2718	2,3706	11	2,763	3,384	4,189
12	2,1274	2,2017	2,2836	12	2,636	3,148	3,808
13	2,0837	2,1463	2,2155	13	2,536	2,965	3,516
14	2,0462	2,1000	2,1590	14	2,455	2,830	3,286
15	2,0153	2,0621	2,1131	15	2,386	2,701	3,100
16	1,9883	2,0292	2,0735	16	2,330	2,604	2,950
17	1,9654	2,0015	2,0406	17	2,280	2,521	2,823
18	1,9455	1,9776	2,0124	18	2,238	2,451	2,717
19	1,9280	1,9568	1,9877	19	2,201	2,391	2,627
20	1,9117	1,9375	1,9654	20	2,169	2,339	2,549
21	1,8975	1,9210	1,9461	21	2,139	2,293	2,481
22	1,8854	1,9066	1,9294	22	2,113	2,252	2,422
23	1,8738	1,8932	1,9140	23	2,090	2,217	2,371
24	1,8631	1,8808	1,8998	24	2,069	2,185	2,325
25	1,8538	1,8701	1,8876	25	2,049	2,156	2,284

По такой же схеме могут быть определены доверительные интервалы для ряда кривых, имеющих асимптоты, в случае, если значение асимптоты известно (например, для модифицированной экспоненты).

В таблице 4.1. приведены значения K^* в зависимости от длины временного ряда n и периода упреждения L для линейной модели и параболической модели тренда. Очевидно, что при увеличении длины рядов (n) значения K^* уменьшаются, с ростом периода упреждения L значения K^* увеличиваются. При этом влияние периода упреждения неодинаково для различных значений n: чем больше длина ряда, тем меньшее влияние оказывает период упреждения L.

4.2. Проверка адекватности выбранных моделей

Проверка адекватности выбранных моделей реальному процессу (в частности, адекватности полученной кривой роста) строится на анализе остаточной компоненты. Остаточная компонента получается после выделения из исследуемого ряда систематической составляющей (тренда и периодической составляющей, если она присутствует во временном ряду).

Предположим, что исходный временной ряд описывает процесс, не подверженный сезонным колебаниям, т.е. примем гипотезу об аддитивной модели ряда, содержащей трендовую и случайную компоненты.

Тогда ряд остатков будет получен как отклонения фактических уровней временного ряда (y_t) от расчетных ($\hat{y}_t$):

$$e_t = y_t - \hat{y}_t \qquad (4.8)$$

При использовании кривых роста $\hat{y}_t$ вычисляют, подставляя в уравнения выбранных кривых соответствующие последовательные значения времени.

Принято считать, что модель адекватна описываемому процессу, если остаточная последовательность (ряд остатков) представляет собой случайную компоненту ряда.

Поэтому при оценке «качества» модели проверяют, удовлетворяет ли остаточная последовательность следующим свойствам:

- случайности колебаний уровней ряда;
- соответствию распределения остаточной компоненты нормальному закону с нулевым математическим ожиданием;
- независимости значений уровней ряда остатков между собой.

При проверке первого свойства исследователю полезно провести графический анализ остаточной последовательности, а также на этом этапе может быть использован статистический аппарат, обсуждаемый в параграфе 1.3.

В современных эконометрических пакетах имеется набор графических средств, позволяющих судить о том, насколько распределение остатков согласуется с нормальным распределением. Например, полезным может оказаться график гистограммы остатков с наложенной нормальной плотностью, позволяющей исследователю оценить симметричность распределения остатков и близость к нормальному закону.

Кроме графических средств, в современных пакетах прикладных программ представлены и статистические критерии, позволяющие проводить проверку гипотезы о нормальности распределения остатков, например, критерий Пирсона и др. Однако на практике использование этих средств зачастую затруднено из-за небольшой длины временных рядов экономических показателей ($n < 50$). Поэтому проверка на нормальность может быть произведена приближенно, например, на основе подхода, опирающегося на рассмотрение показателей асимметрии и эксцесса.

Как известно, при нормальном распределении показатели асимметрии и эксцесса равны нулю. Так как мы предполагаем, что отклонения от тренда представляют собой выборку из некоторой генеральной совокупности, то можно определить выборочные характеристики асимметрии (A) и эксцесса (Э), а также оценить их среднеквадратические ошибки, зависящие от длины ряда n:

$$A = \frac{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} e_t^3}{\sqrt{\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} e_t^2\right)^3}};$$

$$Э = \frac{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} e_t^4}{\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} e_t^2\right)^2} - 3\,. \qquad (4.9)$$

Если одновременно выполняются следующие неравенства:

$$|A| < 1{,}5 \cdot \sqrt{\frac{6\cdot(n-2)}{(n+1)\cdot(n+3)}};$$

$$\left|Э + \frac{6}{n+1}\right| < 1{,}5 \cdot \sqrt{\frac{24\cdot n\cdot(n-2)(n-3)}{(n+1)^2\cdot(n+3)\cdot(n+5)}}, \qquad (4.10)$$

то гипотеза о нормальном характере распределения случайной компоненты не отвергается.

Если выполняется хотя бы одно из неравенств:

$$|A| \geq 2\sqrt{\frac{6\cdot(n-2)}{(n+1)\cdot(n+3)}};$$

$$\left|Э + \frac{6}{\mathrm{n}+1}\right| \geq 2\sqrt{\frac{24\cdot n\cdot(n-2)\cdot(n-3)}{(n+1)^2\cdot(n+3)\cdot(n+5)}}\,, \qquad (4.11)$$

то гипотеза о нормальном характере распределения отвергается.

Другие случаи требуют дополнительной проверки с помощью более мощных критериев.

Рассмотрим подробнее последнее свойство. Если вид функции, описывающей систематическую составляющую, выбран неудачно, то последовательные значения ряда остатков могут не обладать свойствами независимости, т.к. они могут коррелировать между собой. В этом случае говорят, что имеет место *автокорреляция остатков*.

Существует несколько приемов обнаружения автокорреляции. Наиболее распространенным является подход, опирающийся на *критерий Дарбина-Уотсона.* Тест Дарбина-Уотсона связан с проверкой гипотезы об отсутствии автокорреляции первого порядка, т.е. автокорреляции между соседними остаточными членами ряда. При этом критическая статистика определяется по формуле:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}\,. \qquad (4.12)$$

Можно показать, что величина d приближенно равна:

$$d \approx 2(1 - r_1) \,, \tag{4.13}$$

где

r_1 — коэффициент автокорреляции первого порядка (т.е. парный коэффициент корреляции между двумя последовательностями остатков $e_1, e_2, \ldots, e_{n-1}$ и $e_2, e_3, \ldots, e_n$).

Из (4.13) видно, что близость значения статистики d к нулю означает наличие высокой положительной автокорреляции (коэффициент r_1 близок к единице); близость значения статистики d к четырем означает наличие высокой отрицательной автокорреляции (коэффициент r_1 близок к минус единице). Естественно, в случае отсутствия автокорреляции значение статистики d будет близким к двум (коэффициент r_1 не сильно отличается от нуля).

Применение на практике критерия Дарбина-Уотсона основано на сравнении расчетного значения статистики d с пороговыми, граничными значениями d_1 и d_2.

Граничные значения d_1 и d_2, зависящие от числа наблюдений n, количества объясняющих переменных в модели, уровня значимости α, находятся по таблицам (авторами критерия составлены таблицы для $\alpha = 0{,}05$, $\alpha = 0{,}025$ и $\alpha = 0{,}01$). Фрагмент таблицы Дарбина-Уотсона с критическими значениями d_1 и d_2 при 5% уровне значимости представлен ниже (см. табл. 4.2).

Алгоритм выявления автокорреляции остатков на основе критерия Дарбина-Уотсона следующий.

Выдвигается гипотеза H_0 об отсутствии автокорреляции остатков. Пусть альтернативная гипотеза состоит в наличии в остатках положительной автокорреляции первого порядка.

Тогда при сравнении расчетного значения статистики d ($d < 2$) с d_1 и d_2 возможны следующие варианты.

1) Если $d < d_1$, то гипотеза H_0 об отсутствии автокорреляции отвергается (с вероятностью ошибки, равной α) в пользу гипотезы о положительной автокорреляции.
2) Если $d > d_2$, то гипотеза H_0 не отвергается.
3) Если $d_1 \le d \le d_2$, то нельзя сделать определенный вывод по имеющимся исходным данным (значение d попало в область неопределенности).

Если альтернативной является гипотеза о наличии в остатках отрицательной автокорреляции первого порядка, то с пороговыми, граничными значениями d_1 и d_2 сравнивается величина $4 - d$ (при $d > 2$).

При этом возможны следующие варианты.

1) Если $4 - d < d_1$, то гипотеза H_0 об отсутствии автокорреляции отвергается (с вероятностью ошибки, равной α) в пользу гипотезы об отрицательной автокорреляции.
2) Если $4 - d > d_2$, то гипотеза H_0 не отвергается.
3) Если $d_1 \le 4 - d \le d_2$, то нельзя сделать определенный вывод по имеющимся исходным данным.

Таблица 4.2

Значения d_1 и d_2 критерия Дарбина-Уотсона при 5% уровне значимости (*n* — длина временного ряда, *k′* — число объясняющих переменных в модели)

n	$K' = 1$		$K' = 2$		$K' = 3$	
	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,82	1,75
16	1,1	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,9	1,71
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69
19	1,18	1,4	1,08	1,53	0,97	1,68
20	1,2	1,41	1,1	1,54	1	1,68
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67
22	1,”4	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,1	1,66
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66
26	1,3	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,2	1,65
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65
31	1,36	1,5	1,3	1,57	1,23	1,65
32	1,37	1,5	1,31	1,57	1,24	1,65
33	1,38	1,51	1,32	1,58	1,26	1,65
34	1,49	1,51	1,33	1,58	1,27	1,65
35	1,4	1,52	1,34	1,58	1,28	1,65
36	1,41	1,52	1,35	1,59	1,29	1,65

Данный критерий нельзя использовать, если среди объясняющих переменных содержатся лагированные значения результативного показателя (например, он не применим к моделям авторегрессии).

Таким образом, можно считать, что в случае отсутствия автокорреляции в остатках расчетное значение статистики (4.12) «не слишком отличается» от 2.

4.3. Характеристики точности моделей

Важнейшими характеристиками качества модели, выбранной для прогнозирования, являются показатели ее точности. Они описывают величины случайных ошибок, полученных при использовании модели. Таким образом, чтобы судить о качестве выбранной модели, необходимо проанализировать систему показателей, характеризующих как адекватность модели, так и ее точность.

О точности прогноза можно судить по величине ошибки (погрешности) прогноза.

Ошибка прогноза — величина, характеризующая расхождение между фактическим и прогнозным значением показателя.

Абсолютная ошибка прогноза определяется по формуле:

$$\Delta_t = \hat{y}_t - y_t\,, \tag{4.14}$$

где

$\hat{y}_t$ — прогнозное значение показателя;

y_t — фактическое значение.

Эта характеристика имеет ту же размерность, что и прогнозируемый показатель, и зависит от масштаба измерения уровней временного ряда.

На практике широко используется относительная ошибка прогноза, выраженная в процентах относительно фактического значения показателя:

$$\delta_t = \frac{\hat{y}_t - y_t}{y_t} \cdot 100\%\,. \tag{4.15}$$

Также используются средние ошибки по модулю (абсолютные и относительные):

$$\left|\overline{\Delta}\right| = \frac{\sum_{t=1}^{n} \left|\hat{y}_t - y_t\right|}{n}; \qquad \left|\overline{\delta}\right| = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{\hat{y}_t - y_t}{y_t}\right| \cdot 100\%, \tag{4.16}$$

где

n— число уровней временного ряда, для которых определялось прогнозное значение.

Из (4.14), (4.15) видно, что если абсолютная и относительная ошибка больше 0, то это свидетельствует о «завышенной» прогнозной оценке, если меньше 0, то прогнозное значение было занижено.

Очевидно, что все указанные характеристики могут быть вычислены после того, как период упреждения уже закончился, и имеются фактические данные о прогнозируемом показателе или при рассмотрении показателя на ретроспективном участке.

В последнем случае имеющаяся информация делится на две части: по первой — оцениваются параметры модели, а данные второй части рассматриваются в качестве фактических. Ошибки прогнозов, полученные ретроспективно (на втором участке) характеризуют точность применяемой модели.

На практике при проведении сравнительной оценки моделей могут использоваться такие характеристики качества как дисперсия (S^2) или среднеквадратическая ошибка (S):

$$S^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(\hat{y}_t - y_t\right)^2}{n}; \quad S=\sqrt{S^2}. \tag{4.17}$$

Чем меньше значения этих характеристик, тем выше точность модели. На практике часто в качестве знаменателя в формуле для дисперсии принимают величину ($n - k$), где k — число оцениваемых коэффициентов модели.

О точности модели нельзя судить по одному значению ошибки прогноза. Например, если прогнозная оценка месячного уровня производства в июне совпала с фактическим значением, то это не является достаточным доказательством высокой точности модели. Надо учитывать, что единичный хороший прогноз может быть получен и по плохой модели, и наоборот.

Следовательно, о качестве применяемых моделей можно судить лишь по совокупности сопоставлений прогнозных значений с фактическими.

Простой мерой качества прогнозов может стать μ — относительное число случаев, когда фактическое значение охватывалось интервальным прогнозом:

$$\mu = \frac{p}{p+q}, \tag{4.18}$$

где
p — число прогнозов, подтвержденных фактическими данными;
q — число прогнозов, не подтвержденных фактическими данными.

Когда все прогнозы подтверждаются, то $q = 0$ и $\mu = 1$.

Если же все прогнозы не подтвердились, то $p = 0$ и $\mu = 0$.

Отметим, что сопоставление коэффициентов μ для разных моделей может иметь смысл при условии, что доверительные вероятности приняты одинаковыми.

ГЛАВА 5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АДАПТИВНЫХ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

5.1. Сущность адаптивных методов

В настоящее время одним из наиболее перспективных направлений исследования и прогнозирования одномерных временных рядов считается применение адаптивных методов.

При обработке временных рядов, как правило, наиболее ценной является информация последнего периода, т.к. необходимо знать, как будет развиваться тенденция, существующая в данный момент, а не тенденция, сложившаяся в среднем на всем рассматриваемом периоде. Адаптивные методы позволяют учесть различную информационную ценность уровней временного ряда, степень «устаревания» данных.

Прогнозирование методом экстраполяции на основе кривых роста в какой-то мере тоже содержит элемент адаптации, поскольку с получением «свежих» фактических данных параметры кривых пересчитываются заново. Поступление новых данных может привести и к замене выбранной ранее кривой на другую модель. Однако степень адаптации в данном случае весьма незначительна, кроме того, она падает с ростом длины временного ряда, т.к. при этом уменьшается «весомость» каждой новой точки. В адаптивных методах различную ценность уровней в зависимости от их «возраста» можно учесть с помощью системы весов, придаваемых этим уровням.

Оценивание коэффициентов адаптивной модели обычно осуществляется на основе рекуррентного метода, который формально отличается от метода наименьших квадратов, метода максимального правдоподобия и других методов тем, что не требует повторения всего объема вычислений при появлении новых данных.

Важнейшим достоинством адаптивных методов является построение самокорректирующихся моделей, способных учитывать результат прогноза, сделанного на предыдущем шаге. Пусть модель находится в некотором состоянии, для которого определены текущие значения ее коэффициентов. На основе этой модели делается прогноз. При поступлении фактического значения оценивается ошибка прогноза (разница между этим значением и полученным по модели). Ошибка прогнозирования через обратную связь поступает в модель и учитывается в ней в соответствии с принятой процедурой перехода от одного состояния в другое. В результате вырабатываются «компенсирующие» изменения, состоящие в корректировании параметров с целью большего согласования поведения модели с динамикой ряда. Затем рассчитывается прогнозная оценка на следующий момент времени, и весь процесс повторяется вновь.

Таким образом, адаптация осуществляется итеративно с получением каждой новой фактической точки ряда. Модель постоянно «впитывает» новую информацию, приспосабливается к ней и поэтому отражает тенденцию развития, существующую в данный момент. На рисунке приведена общая схема построения адаптивных моделей прогнозирования.

Скорость (быстроту) реакции модели на изменения в динамике процесса характеризует так называемый параметр адаптации. Параметр адаптации должен быть выбран таким образом, чтобы обеспечивалось адекватное отображение тенденции при одновременной фильтрации случайных отклонений. Значение параметра адаптации может быть определено на основе эмпирических данных, выведено аналитическим способом или получено на основе метода проб.

В качестве критерия оптимальности при выборе параметра адаптации обычно принимают критерий минимума среднего квадрата ошибок прогнозирования.

На основе рассмотренных особенностей дадим определение группы методов прогнозирования, объединенных общим названием «адаптивные».

Адаптивными называются методы прогнозирования, позволяющие строить самокорректирующиеся (самонастраивающиеся) экономико-математические модели, которые способны оперативно реагировать на изменение условий путем учета результата прогноза, сделанного на предыдущем шаге, и учета различной информационной ценности уровней ряда.

Благодаря указанным свойствам адаптивные методы особенно удачно используются при краткосрочном прогнозировании (при прогнозировании на один или на несколько шагов вперед).

Указанное определение отражает основные характерные черты, присущие рассматриваемому подходу. В то же время деление на адаптивные и неадаптивные модели часто носит достаточно условный характер.

У истоков адаптивных методов лежит модель экспоненциального сглаживания.

Рис. 5.1. Схема построения адаптивных моделей прогнозирования

Обозначения:

$y(t)$ — фактические уровни временного ряда;

$\hat{y}_\tau(t)$ — прогноз, сделанный в момент t на τ единиц времени (шагов) вперед;

e_{t+1} — ошибка прогноза, полученная как разница между фактическим и прогнозным значением показателя в точке $(t + 1)$.

5.2. Экспоненциальное сглаживание

Предположим, что модель временного ряда имеет вид:

$$y_t = a_1 + \varepsilon_t,$$

где
$a_1 = \text{const}$;
ε_t — случайные неавтокоррелированные отклонения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2.

Для экспоненциального сглаживания ряда используется рекуррентная формула

$$S_t = \alpha y_t + \beta S_{t-1}, \qquad (5.1)$$

где
S_t — значение экспоненциальной средней в момент t;
α — параметр сглаживания, $\alpha = \text{const}$, $0 < \alpha < 1$;
$\beta = 1 - \alpha$.

Если последовательно использовать соотношение (5.1), то экспоненциальную среднюю S_t можно выразить через предшествующие значения уровней временного ряда. При $n \to \infty$

$$S_t = \alpha \sum_{i=0}^{n} \beta^i \cdot y_{t-i} \qquad (5.2)$$

Таким образом, величина S_t оказывается взвешенной суммой всех членов ряда. Причем веса отдельных уровней ряда убывают по мере их удаления в прошлое соответственно экспоненциальной функции (в зависимости от «возраста» наблюдений). Именно поэтому величина S_t названа экспоненциальной средней.

Например, пусть $\alpha = 0,3$. Тогда вес текущего наблюдения y_t будет равен $\alpha = 0,3$, вес предыдущего уровня y_{t-1} будет соответствовать $\alpha \times \beta = 0,3 \times 0,7 = 0,21$; для уровня y_{t-2} вес составит $\alpha \times \beta^2 = 0,147$; для y_{t-3} – $\alpha \times \beta^3 = 0,1029$ и т.д.

Английский математик Р. Браун показал, что математические ожидания временного ряда и экспоненциальной средней совпадут, но в то же время дисперсия экспоненциальной средней $D[S_t]$ меньше дисперсии временного ряда (σ^2):

$$D[S_t] = \frac{\alpha}{2-\alpha}\sigma^2 \qquad (5.3)$$

Из (5.3) видно, что при высоком значении α дисперсия экспоненциальной средней незначительно отличается от дисперсии ряда. С уменьшением α дисперсия экспоненциальной средней сокращается, возрастает ее отличие от дисперсии ряда. Тем самым, экспоненциальная средняя начинает играть роль «фильтра», поглощающего колебания временного ряда.

Таким образом, с одной стороны, следует увеличивать вес более свежих наблюдений, что может быть достигнуто повышением α (согласно (5.2.)), с другой стороны, для сглаживания случайных отклонений величину α нужно уменьшить. Эти два требования находятся в противоречии. Поиск компромиссного значения параметра сглаживания α составляет задачу оптимизации модели.

Иногда поиск этого значения параметра осуществляется путем перебора. В этом случае в качестве оптимального выбирается то значение α, при котором получена наименьшая дисперсия ошибки. Например, при построении этих моделей с помощью пакета «Мезозавр» в меню предусмотрена ветвь «оптимизация», реализующая поиск значения по этой схеме.

При расчете экспоненциальной средней в момент времени t всегда требуется значение экспоненциальной средней в предыдущий момент времени, поэтому на первом шаге должно быть определено некоторое значение S_0 , предшествующее S_1. Часто на практике в качестве начального значения S_0 используется среднее арифметическое значение из всех имеющихся уровней временного ряда или из какой-то их части. Вес, приписываемый этому значению, уменьшается по экспоненциальной зависимости по мере удаления от первого уровня. Поэтому для длинных временных рядов влияние неудачного выбора S_0 погашается.

При использовании экспоненциальной средней для краткосрочного прогнозирования предполагается, что модель ряда имеет вид:

$$y_t = a_{1,t} + \varepsilon_t ,$$

где

$a_{1,t}$ — варьирующий во времени средний уровень ряда;

ε_t — случайные неавтокоррелированные отклонения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2.

Прогнозная модель определяется равенством:

$$\hat{y}_\tau(t) = \hat{a}_{1,t} ,$$

где

$\hat{y}_\tau(t)$ — прогноз, сделанный в момент t на τ единиц времени (шагов) вперед;

$\hat{a}_{1,t}$ — оценка $a_{1,t}$.

Единственный параметр модели $\hat{a}_{1,t}$ определяется экспоненциальной средней:

$$\hat{a}_{1,t} = S_t;$$

$$\hat{a}_{1,0} = S_0.$$

Выражение (5.1.) можно представить по-другому, перегруппировав члены:

$$S_t = S_{t-1} + \alpha\,(y_t - S_{t-1}) \qquad (5.4)$$

Величину $(y_t - S_{t-1})$ можно рассматривать как погрешность прогноза. Тогда новый прогноз S_t получается в результате корректировки предыдущего прогноза с учетом его ошибки. В этом и состоит адаптация модели.

Экспоненциальное сглаживание является примером простейшей самообучающейся модели. Вычисления чрезвычайно просты, выполняются итеративно, причем массив прошлой информации уменьшен до единственного значения S_{t-1}.

5.3. Адаптивные полиномиальные модели

Понятие экспоненциальной средней можно обобщить в случае экспоненциальных средних более высоких порядков.

Выравнивание p-го порядка:

$$S_t^{(p)} = \alpha\ \mathrm{S}_\mathrm{t}^{(\mathrm{p\text{-}1})} + \beta\ \mathrm{S}_\mathrm{t\text{-}1}^{(\mathrm{p})} \qquad (5.5)$$

является простым экспоненциальным сглаживанием, примененным к результатам сглаживания $(p-1)$-го порядка.

Если предполагается, что тренд некоторого процесса может быть описан полиномом степени n, то коэффициенты предсказывающего полинома могут быть вычислены через экспоненциальные средние соответствующих порядков.

В случае, когда исследуемый процесс, состоящий из детерминированной и случайной компоненты, описывается полиномом n-го порядка, прогноз на τ шагов вперед осуществляется по формуле:

$$\hat{y}_\tau(t) = \hat{a}_1 + \hat{a}_2\tau + \frac{1}{2}\hat{a}_3\tau^2 + ... + \frac{1}{n!}\hat{a}_{n+1} \times \tau^n, \tag{5.6}$$

где

$\hat{a}_1, \hat{a}_2, ... \hat{a}_{n+1}$ — оценки параметров.

Фундаментальная теорема метода экспоненциального сглаживания и прогнозирования, впервые доказанная Р. Брауном и Р. Майером, говорит о том, что $(n + 1)$ неизвестных коэффициентов полинома n-го порядка $\hat{a}_1, \hat{a}_2, ... \hat{a}_{n+1}$ могут быть оценены с помощью линейных комбинаций экспоненциальных средних $S_t^{(i)}$, где $i = 1 \div n + 1$.

Следовательно, задача сводится к вычислению экспоненциальных средних, порядок которых изменяется от 1 до $n + 1$, а затем через их линейные комбинации — к определению коэффициентов полинома.

На практике обычно используются полиномы не выше второго порядка.

В табл. 5.1 приведены формулы, необходимые для расчета по этим моделям.

Процедура прогнозирования временных рядов на основе адаптивных полиномиальных моделей состоит из следующих этапов.

1. Выбирается вид модели экспоненциального сглаживания, задается значение параметра сглаживания α. При выборе порядка адаптивной полиномиальной модели могут использоваться различные подходы, например, графический анализ, метод последовательных разностей и др.

2. Определяются начальные условия. Например, для полиномиальной модели первого порядка необходимо определить $\hat{a}_{1,0}$; $\hat{a}_{2,0}$.

Чаще всего в качестве этих оценок берут коэффициенты соответствующих полиномов, полученные методом наименьших квадратов. Начальные условия для модели нулевого порядка обычно получают усреднением нескольких первых уравнений ряда. Зная эти оценки, с помощью указанных в таблице формул находят начальные значения экспоненциальных средних.

3. Производится расчет значений соответствующих экспоненциальных средних.

4. Находятся оценки коэффициентов модели.

5. Осуществляется прогноз на одну точку вперед, находится отклонение фактического значения временного ряда от прогнозируемого. Шаги с 3 по 5 данной процедуры повторяются для всех $t \le n$, где n — длина ряда.

6. Окончательная прогнозная модель формируется на последнем шаге в момент $t = n$. Прогноз получается на базе выражения (5.6) путем подстановки в него последних значений коэффициентов и времени упреждения τ.

К положительным особенностям рассмотренных моделей следует отнести то, что при поступлении новой, свежей информации расчеты повторять не придется. Достаточно принять в качестве начальных условий последние значения функций сглаживания $S_t^{(i)}$ и продолжить вычисления.

Таблица 5.1.

Основные формулы для прогнозирования по адаптивным полиномиальным моделям

Степень модели	Начальные условия	Экспоненциальные средние	Оценка коэффициентов	Модель прогноза
1	2	3	4	5
n=0	$S_0^{(1)} = \hat{a}_{1,0}$	$S_t^{(1)} = \alpha \cdot y_t + \beta \cdot S_{t-1}^{(1)}$	$\hat{a}_{1,t} = S_t^{(1)}$	$\hat{y}_\tau(t) = \hat{a}_{1,t}$
n=1	$S_0^{(1)} = \hat{a}_{1,0} - \frac{\beta}{\alpha} \cdot \hat{a}_{2,0}$ $S_0^{(2)} = \hat{a}_{1.0} - \frac{2\beta}{\alpha} \cdot \hat{a}_{2,0}$	$S_t^{(1)} = \alpha \cdot y_t + \beta \cdot S_{t-1}^{(1)}$ $S_t^{(2)} = \alpha \cdot S_t^{(1)} + \beta \cdot S_{t-1}^{(2)}$	$\hat{a}_{1,t} = 2 \cdot S_t^{(1)} - S_t^{(2)}$ $\hat{a}_{2,t} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \left[S_t^{(1)} - S_t^{(2)}\right]$	$\hat{y}_\tau(t) =$ $= \hat{a}_{1,t} + \tau \cdot \hat{a}_{2,t}$
n=2	$S_0^{(1)} = \hat{a}_{1,0} - \frac{\beta}{\alpha} \cdot \hat{a}_{2,0} + \frac{\beta \cdot (2-\alpha)}{2\alpha^2} \cdot \hat{a}_{3,0}$ $S_0^{(2)} = \hat{a}_{1.0} - \frac{2\beta}{\alpha} \cdot \hat{a}_{2,0} + \frac{\beta(3-2\alpha)}{\alpha^2} \cdot \hat{a}_{3,0}$ $S_0^{(3)} = \hat{a}_{1,0} - \frac{3\beta}{\alpha} \cdot \hat{a}_{2,0} + \frac{3\beta(4-3\alpha)}{2\alpha^2} \hat{a}_{3,0}$	$S_t^{(1)} = \alpha \cdot y_t + \beta \cdot S_{t-1}^{(1)}$ $S_t^{(2)} = \alpha \cdot S_t^{(1)} + \beta \cdot S_{t-1}^{(2)}$ $S_t^{(3)} = \alpha \cdot S_t^{(2)} + \beta \cdot S_{t-1}^{(3)}$	$\hat{a}_{1,t} = 3 \cdot (S_t^{(1)} - S_t^{(2)}) + S_t^{(3)}$ $\hat{a}_{2,t} = \frac{\alpha}{2\beta^2} \cdot \left[(6-5\alpha) \cdot S_t^{(1)} - 2(5-4\alpha) \cdot S_t^{(2)} + (4-3\alpha) \cdot S_t^{(3)}\right]$ $\hat{a}_{3,t} = \frac{\alpha^2}{\beta^2} \cdot (S_t^{(1)} - 2 \cdot S_t^{(2)} + S_t^{(3)})$	$\hat{y}_\tau(t) =$ $= \hat{a}_{1,t} + \tau \cdot \hat{a}_{2,t} +$ $+ \frac{1}{2} \cdot \tau^2 \cdot \hat{a}_{3,t}$

5.4. Адаптивные модели сезонных явлений

Многие экономические временные ряды содержат периодические сезонные колебания. Как было показано ранее, в зависимости от характера этих колебаний их часто делят на два класса: мультипликативные и аддитивные.

При мультипликативных сезонных колебаниях предполагается, что амплитуда колебаний изменяется во времени пропорционально уровню тренда (текущему среднему уровню ряда).

При аддитивном характере сезонности исходят из предположения о неизменности во времени, примерном постоянстве амплитуды периодических колебаний, ее независимости от уровня тренда. При этом для аддитивных колебаний характеристики сезонности будут измеряться в абсолютных величинах и отражаться в статистической модели в виде слагаемых, а для мультипликативных колебаний — в относительных величинах и представляться в моделях в виде сомножителей.

Таким образом, экономические временные ряды, содержащие периодические сезонные колебания, могут быть описаны моделями как с аддитивным характером сезонности (5.7), так и с мультипликативным (5.8):

$$y_t = a_{1,t} \cdot f_t + \varepsilon_t \ ; \tag{5.7}$$

$$y_t = a_{1,t} + g_t + \varepsilon_t \, , \tag{5.8}$$

где

$a_{1,t}$ — характеристика тенденции развития;

$g_t, g_{t-1}, \ldots, g_{t-\ell+1}$ — аддитивный сезонный фактор;

$f_t, f_{t-1}, \ldots, f_{t-\ell+1}$ — мультипликативный сезонный фактор;

ℓ — число фаз в полном сезонном цикле (для ежемесячных наблюдений ℓ = 12, для квартальных — ℓ = 4);

ε_t — неавтокоррелированный шум с нулевым математическим ожиданием.

Очевидно, что можно составить множество адаптивных сезонных моделей, перебирая различные комбинации типов тенденций в сочетании с сезонными эффектами аддитивного и мультипликативного вида. Выбор той или иной модели будет продиктован характером динамики исследуемого процесса.

В качестве примера рассмотрим модель с линейным характером тенденции и мультипликативным сезонным эффектом. Эта модель является объединением двухпараметрической модели линейного роста Хольта и сезонной модели Уинтерса, поэтому ее чаще всего называют моделью Хольта-Уинтерса.

Прогноз по модели Хольта-Уинтерса на τ шагов вперед определяется выражением:

$$\hat{y}_\tau(t) = (\hat{\alpha}_{1,t} + \tau\, \hat{\alpha}_{2,t})\hat{f}_{t-\ell+\tau} \, . \tag{5.9}$$

Обновление коэффициентов осуществляется следующим образом:

$$\begin{aligned} &\hat{\alpha}_{1,\tau} = \alpha_1 \frac{y_t}{\hat{f}_{t-\ell}} + (1-\alpha_1)(\hat{\alpha}_{1,t-1} + \hat{\alpha}_{2,t-1}) \\ &\hat{f}_t = \alpha_2 \frac{y_t}{\hat{a}_{1,t}} + (1-\alpha_2)\hat{f}_{t-\ell} \\ &\hat{\alpha}_{2,t} = \alpha_3(\hat{\alpha}_{1,t} - \hat{\alpha}_{1,t-1}) + (1-\alpha_3)\hat{\alpha}_{2,t-1} \\ &0 < \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, < 1 \end{aligned} \tag{5.10}$$

Из (5.10.) видно, что $\hat{a}_{1,t}$ является взвешенной суммой текущей оценки $\frac{y_t}{\hat{f}_{t-\ell}}$, полученной путем очищения от сезонных колебаний фактических данных y_t, и суммы предыдущих оценок $\hat{a}_{1,t-1}+\hat{a}_{2,t-1}$. В качестве коэффициента сезонности f_t берется его наиболее поздняя оценка, полученная для аналогичной фазы цикла ($\hat{f}_{t-\ell}$).

Затем величина $\hat{a}_{1,t}$, полученная по первому уравнению, используется для определения новой оценки коэффициента сезонности по второму уравнению. Оценки $\hat{a}_{2,t}$ модифицируются по процедуре, аналогичной экспоненциальному сглаживанию.

Оптимальные значения для $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ П. Уинтерс предлагал находить экспериментальным путем, перебирая возможные комбинации этих параметров на сетке значений. Критерием сравнения при этом выступает величина среднеквадратической ошибки.

Примером другого подхода — с аддитивной сезонностью — может служить модель сезонных явлений с линейным ростом, предложенная Г.Тейлом и С.Вейджем.

Практическая значимость этой модели объясняется не только тем, что в экономических временных рядах довольно часто можно встретить этот тип динамики развития. Опыт проведения экспериментальных расчетов свидетельствует о том, что динамика многих экономических показателей может быть описана с помощью модели, сочетающей в себе экспоненциальную тенденцию с мультипликативным сезонным эффектом. Прологарифмировав исходный временной ряд, на практике часто преобразуют экспоненциальную тенденцию в линейную и одновременно мультипликативный сезонный эффект в аддитивный. Таким образом, динамику преобразованного показателя можно моделировать и прогнозировать с помощью модели Г.Тейла и С.Вейджа.

Рассмотрим подробнее адаптивную тренд-сезонную модель, сочетающую линейный рост с аддитивной сезонностью.

Прогноз по этой модели на τ шагов вперед определяется выражением:

$$\hat{y}_\tau(t) = \hat{a}_{1,t} + \hat{a}_{2,t}\cdot\tau + \hat{g}_{t-\ell+\tau} \tag{5.11}$$

Обновление коэффициентов осуществляется следующим образом:

$$\begin{aligned}
&\hat{\alpha}_{1,t} = \alpha_1(y_t - \hat{g}_{t-\ell}) + (1-\alpha_1)(\hat{\alpha}_{1,t-1} + \hat{\alpha}_{2,t-1}) \\
&\hat{g}_t = \alpha_2(y_t - \hat{\alpha}_{1,t}) + (1-\alpha_2)\hat{g}_{t-\ell} \\
&\hat{\alpha}_{2,t} = \alpha_3(\hat{\alpha}_{1,t} - \hat{\alpha}_{1,t-1}) + (1-\alpha_3)\hat{\alpha}_{2,t-1} \\
&0 < \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, < 1
\end{aligned} \tag{5.12}$$

Прогнозные оценки на основе формул (5.9.) и (5.11) получаются экстраполяцией тенденции линейного роста на основе последних значений коэффициентов $\hat{a}_{1,t}$ и $\hat{a}_{2,t}$, а также добавлением (в виде сомножителя или слагаемого) самой свежей оценки сезонного эффекта для этой фазы цикла ($\hat{f}_{t-\ell+\tau}$ или $\hat{g}_{t-\ell+\tau}$). Это справедливо для случая, когда время упреждения удовлетворяет условию: $0 < \tau \le \ell$. Очевидно, что для $\ell < \tau \le 2\cdot\ell$ самой последней оценкой сезонного эффекта будут значения $\hat{f}_{t-2\cdot\ell+\tau}$ или $\hat{g}_{t-2\cdot\ell+\tau}$ и т.д.

Таким образом, в двух рассмотренных моделях прогнозные оценки являются функцией прошлых и текущих уровней временного ряда, параметров адаптации $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, а также начальных значений как коэффициентов $\hat{a}_{1,0}, \hat{a}_{2,0}$ так и сезонного фактора для каждой фазы цикла.

В качестве $\hat{a}_{1,0}, \hat{a}_{2,0}$ на практике берут МНК-оценки коэффициентов линейного тренда $\hat{y}_t = a_1 + a_2 \cdot t$, определенные по исходному временному ряду или его части. Начальные значения сезонного фактора для аддитивной модели определяют усреднением отклонений фактических уровней от расчетных ($\hat{y}_t$) для каждой фазы цикла (например, для одноименных месяцев, кварталов). Для мультипликативной модели усреднением частного от деления фактических уровней на расчетные ($\hat{y}_t$) для каждой фазы цикла.

Отметим, что по аналогичной схеме строятся модели с экспоненциальным и демпфирующим трендом в сочетании с сезонными эффектами обоих типов.

Адаптивные сезонные модели являются важной составной частью современных статистических пакетов прикладных программ, ориентированных на решение задач прогнозирования.

Пример 5.1.

Рассчитайте экспоненциальную среднюю для временного ряда курса акций фирмы IBM [12]. В качестве начального значения экспоненциальной средней возьмите среднее значение из 5 первых уровней ряда. Расчеты проведите для двух различных значений параметров адаптации α:

а) $\alpha = 0{,}1$;

б) $\alpha = 0{,}5$.

Сравните графически исходный временной ряд и ряды экспоненциальных средних, полученные при $\alpha = 0{,}1$ и $\alpha = 0{,}5$. Укажите, какой ряд носит более гладкий характер:

Таблица 5.2.

Курс акций фирмы IBM, долл. США

t	y_t	t	y_t	t	y_t
1	510	11	494	21	523
2	497	12	499	22	527
3	504	13	502	23	523
4	510	14	509	24	528
5	509	15	525	25	529
6	503	16	512	26	538
7	500	17	510	27	539
8	500	18	506	28	541
9	500	19	515	29	543
10	495	20	522	30	541

Решение

Определим $S_0 = \frac{1}{5}\sum_{t=1}^{5} y_t = \frac{1}{5}(510 + 497 + 504 + 510 + 509) = 506$

Найдем значения экспоненциальной средней при $\alpha = 0{,}1$.

$S_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)S_{t-1}$. $\alpha = 0{,}1$ — по условию;

$S_1 = \alpha y_1 + (1 - \alpha)S_0$; $S_1 = 0{,}1 \times 510 + 0{,}9 \times 506 = 506{,}4$;

$S_2 = \alpha y_2 + (1 - \alpha)S_1$; $S_2 = 0{,}1 \times 497 + 0{,}9 \times 506{,}4 = 505{,}46$;

$S_3 = \alpha y_3 + (1 - \alpha)S_2$; $S_3 = 0{,}1 \times 504 + 0{,}9 \times 505{,}46 = 505{,}31$ и т.д.

Результаты расчетов представлены в таблице 5.3.

Проведем аналогичные расчеты для $\alpha = 0{,}5$.

$S_1 = \alpha y_1 + (1 - \alpha)S_0$; $S_1 = 0{,}5 \times 510 + 0{,}5 \times 506 = 508$;

$S_2 = \alpha y_2 + (1 - \alpha)S_1$; $S_2 = 0{,}5 \times 497 + 0{,}5 \times 508 = 502{,}5$ и т.д.

Результаты расчетов представлены в таблице 5.3.

Таблица 5.3.

Экспоненциальные средние

t	**Экспоненциальная средняя**		**t**	**Экспоненциальная средняя**	
	α = 0,1	**α = 0,5**		**α = 0,1**	**α = 0,5**
1	506,4	508	**16**	505,7	513,3
2	505,5	502,5	**17**	506,1	511,7
3	505,3	503,2	**18**	506,1	508,8
4	505,8	506,6	**19**	507,0	511,9
5	506,1	507,8	**20**	508,5	517
6	505,8	505,4	**21**	509,9	520
7	505,2	502,7	**22**	511,6	523,5
8	504,7	501,4	**23**	512,8	523,2
9	504,2	500,7	**24**	514,3	525,6
10	503,4	497,8	**25**	515,8	527,3
11	502,4	495,9	**26**	518,0	532,7
12	502,0	497,5	**27**	520,1	525,8
13	502,0	499,7	**28**	522,2	538,4
14	502,7	504,4	**29**	524,3	540,7
15	505,0	514,7	**30**	525,9	540,9

На рис. 5.2 наглядно представлено влияние значения параметра адаптации α на характер сглаженного ряда.

При $\alpha = 0{,}1$ экспоненциальная средняя носит более гладкий характер, т. к. в этом случае в наибольшей степени поглощаются случайные колебания временного ряда.

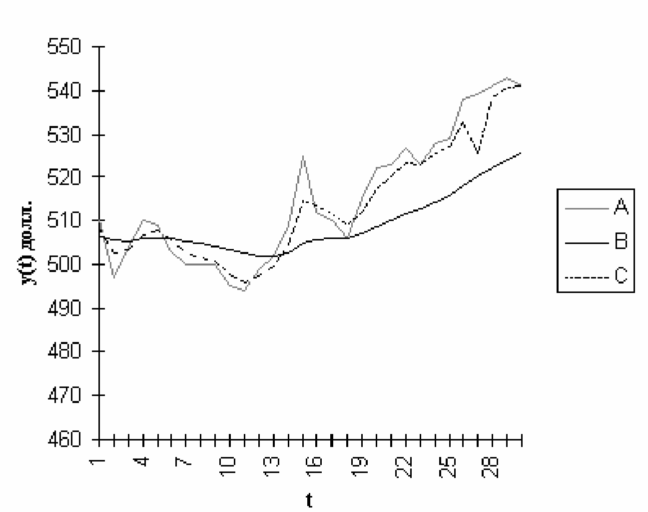


Рис. 5.2. Экспоненциальное сглаживание временного ряда курса акций:
A — фактические данные; B — экспоненциальная средняя при α=0,1;
C — экспоненциальная средняя при α=0,5

Выводы

Статистические методы все шире проникают в экономическую практику. С развитием компьютеров, распространением пакетов прикладных программ эти методы вышли за стены учебных и научно — исследовательских институтов. Они стали важным инструментом в деятельности аналитических, плановых, маркетинговых отделов различных фирм и предприятий.

При прогнозировании часто исходят из того, что уровни временных рядов экономических показателей могут содержать следующие компоненты: тренд, сезонную, циклическую и случайную составляющие. В зависимости от способа сочетания этих компонент модели временных рядов делятся на аддитивные, мультипликативные или модели смешанного типа.

Обобщенными показателями динамики развития экономических процессов являются средний абсолютный прирост, средний темп роста и средний темп прироста. При выполнении ряда предпосылок эти показатели могут быть использованы в приближенных, простейших способах прогнозирования, предшествующих более глубокому количественному и качественному анализу.

Распространенным приемом при выявлении тенденции развития является выравнивание временных рядов, в частности, с помощью скользящих средних. Скользящие средние позволяют сгладить как случайные, так и периодические колебания, выявить имеющуюся тенденцию в развитии процесса.

Выравнивание временных рядов может осуществляться с помощью тех или иных функций времени — кривых роста. Применение кривых роста должно базироваться на предположении о неизменности, сохранении тенденции как на всем периоде наблюдений, так и в прогнозируемом периоде.

Прогнозные значения по выбранной кривой роста вычисляют путем подстановки в уравнение кривой значений времени, соответствующих периоду упреждения. Полученный таким образом прогноз называется точечным. В дополнении к точечному прогнозу желательно задать диапазон возможных значений прогнозируемого показателя, т. е. вычислить прогноз интервальный (определить доверительный интервал). Доверительный интервал учитывает неопределенность, связанную с положением тренда (погрешность оценивания параметров кривой), и возможность отклонения от этого тренда.

Для того, чтобы обоснованно судить о качестве полученной модели необходимо проверить адекватность этой модели реальному процессу и проанализировать характеристики ее точности. Проверка адекватности строится на анализе остаточной последовательности и базируется на использовании ряда статистических критериев. Показатели точности описывают величины случайных ошибок, полученных при использовании модели. Все характеристики точности могут быть вычислены после того, как период упреждения уже закончился, или при рассмотрении показателя на ретроспективном участке.

Одно из перспективных направлений развития краткосрочного прогнозирования связано с адаптивными методами. Эти методы позволяют строить самокорректирующиеся модели, способные оперативно реагировать на изменение условий. Адаптивные методы учитывают различную информационную ценность уровней ряда, “старение» информации. Все это делает эффективным их применение для прогнозирования неустойчивых рядов с изменяющейся тенденцией.

В заключение отметим, что не может быть чисто формальных подходов к выбору методов и моделей прогнозирования. Успешное применение статистических методов прогнозирования на практике возможно лишь при сочетании знаний в области самих методов с глубоким знанием объекта исследования, с содержательным экономическим анализом.

Практикум

1. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

1.1. Введение в анализ временных рядов

1. В табл.1.1 представлены данные об изменении курса акций промышленной компании в течение месяца.

Таблица 1.1.

Курс акций (долл.)

t	y_t	t	y_t	t	y_t	t	y_t
1	509	6	515	11	517	16	510
2	507	7	520	12	524	17	516
3	508	8	519	13	526	18	518
4	509	9	512	14	519	19	524
5	518	10	511	15	514	20	521

Требуется проверить утверждение об отсутствии тенденции в изменении курса акций с помощью метода Фостера-Стюарта.

Доверительную вероятность принять равной 0,95.

2. Ежеквартальная динамика процентной ставки банка в течение 7 кварталов представлена в табл. 1.2.

Таблица 1.2.

Процентная ставка банка

t	1	2	3	4	5	6	7
y_{t}, %	17,0	16,5	15,9	15,5	14,9	14,5	13,8

Требуется:

а) обосновать правомерность использования среднего абсолютного прироста для получения прогнозного значения процентной ставки в восьмом квартале;

б) рассчитать прогнозное значение процентной ставки банка в восьмом квартале, используя показатель среднего абсолютного прироста.

3. Изменение ежеквартальной динамики процентной ставки банка происходило примерно с постоянным темпом роста в течение 7 кварталов. Процентная ставка банка в I квартале равнялась 8,3%, а в 7 квартале — 14%.

Рассчитайте прогнозное значение процентной ставки банка в 8 квартале, используя средний темп роста.

4. По данным о вводе в действие жилых домов (табл. 1.3.) рассчитайте цепные, базисные и средние:

а) абсолютные приросты;

б) темпы роста;

в) темпы прироста.

В качестве базисного уровня возьмите начальный уровень ряда.

Определите прогнозное значение общей площади вводимого жилья в течение следующего 6 года (время упреждения $L = 1$), используя показатель среднего абсолютного прироста.

Таблица 1.3

Ввод в действие жилых домов (млн. кв. м.)

Текущий номер года, t	1	2	3	4	5
Общая площадь, млн. кв. м	7,0	6,5	5,9	5,5	4,9

1.2. Сглаживание временных рядов с помощью скользящих средних

1. Рассчитайте взвешенную скользящую среднюю для временного ряда курса акций фирмы IBM (табл. 1.4). Длина интервала сглаживания $\ell = 5$, сглаживание на каждом активном участке - по полиному 2-го порядка.

Таблица 1.4.

Курс акций фирмы IBM (долл.)

t	y_t	t	y_t
1	510	*13*	502
2	497	*14*	509
3	504	*15*	525
4	510	*16*	512
5	509	*17*	510
6	503	*18*	506
7	500	*19*	515
8	500	*20*	522
9	500	*21*	523
10	495	*22*	527
11	494	*23*	523
12	499	*24*	528

2. По данным об урожайности за 16 лет (табл. 1.5) рассчитайте трех- и семилетние простые скользящие средние. Графически сравните результаты.

Таблица 1.5.

Урожайность пшеницы (ц/га)

Текущий номер года t	1	2	3	4	5	6	7	8
y_t	19,3	17,3	10,7	15,6	17,4	19,7	14,2	19,4
Текущий номер года t	9	10	11	12	13	14	15	16
y_t	19,9	12,7	18,3	19,3	22,9	18,4	20,5	22,9

3. В таблице приведены квартальные данные о прибыли компании за последние четыре года. Для сглаживания колебаний примените процедуру скользящих средних, приняв длину интервала сглаживания $\ell = 4$.

Таблица 1.6

Прибыль компании, тыс. долл. США

№ года	Квартал	Порядковый номер квартала t	Прибыль y_t , тыс. долл. США
1	2	3	4
1	I	1	10
	II	2	11,4
	III	3	12
	IV	4	17,5
2	I	5	16
	II	6	17
	III	7	18,5
	IV	8	23,6
3	I	9	23
	II	10	24,6
	III	11	25
	IV	12	30,6
4	I	13	29
	II	14	31
	III	15	31,9
	IV	16	34

4. Выведите весовые коэффициенты для расчета взвешенных скользящих средних. Длина интервала сглаживания $\ell = 5$, сглаживание на каждом активном участке - по полиному 2-го порядка.

1.3. Прогнозирование развития с помощью моделей кривых роста

1-3. В табл. 1.7 представлены данные за 11 лет о среднегодовой численности промышленно-производственного персонала, занятого в электроэнергетике.

Таблица 1.7.

Среднегодовая численность промышленно-производственного персонала (ППП), тыс. чел.

Год	Порядковый номер года	Численность ППП	Год	Порядковый номер года	Численность ППП
1990	1	540	1996	7	790
1991	2	563	1997	8	810
1992	3	626	1998	9	842
1993	4	666	1999	10	880
1994	5	710	2000	11	913
1995	6	750			

Требуется рассчитать прогнозное значение среднегодовой численности промышленно-производственного персонала в следующем году (время упреждения $L = 1$), исходя из предположения, что тенденция ряда может быть описана:

1) линейной моделью $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$;

2) параболической моделью $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$;

3) показательной моделью $\hat{y}_t = a \cdot b^t$.

4. На основе квартальных данных об объемах продаж продукции фирмы (тыс. шт.) за 5 лет была построена тренд — сезонная модель. Сезонность носила мультипликативный характер. Оценки коэффициентов сезонности представлены в таблице.

Квартал	**1**	**2**	**3**	**4**
Коэффициент сезонности	0,89	1,15	1,25	0,71

Рассчитайте прогнозную оценку уровня продаж в первом полугодии следующего года, если уравнение тренда имеет вид $\hat{y}_t = 15{,}2 + 0{,}15 \cdot t$ (t = 1, 2, …, 20).

1.4. Доверительные интервалы прогноза. Оценка адекватности и точности моделей

1. Для временного ряда розничного товарооборота региона (млрд. руб.) длиной n = 20 (t = 1, 2, ... , 20) оценены параметры трендовой модели: $\hat{y}_t = 10{,}2 + 1{,}2t$. Дисперсия отклонений фактических значений от расчетных $S_y^2 = 0{,}25$.

Используя эту модель, рассчитайте точечный прогноз и интервальный в точке $t = 21$. Доверительную вероятность принять равной 0,9.

2. Для прогнозирования численности промышленно-производственного персонала предприятия была выбрана модель $y_t = a_0 + a_1 t$. Оценка параметров трендовой модели осуществлялась по квартальным данным за период с I квартала 1999 г. по IV квартал 2003 г.

Значение статистики Дарбина-Уотсона для ряда остатков $d = 1{,}39$.

Проверить гипотезу об отсутствии в остатках автокорреляции первого порядка (уровень значимости $\alpha = 0{,}05$).

3. Программа выдала следующие характеристики ряда остатков:

— длина ряда $n = 20$;

— коэффициент асимметрии $A = 0{,}6$;

— коэффициент эксцесса Э = 0,7.

На основании этих характеристик проверить гипотезу о нормальном законе распределения остаточной последовательности.

4. В табл. 1.8 представлены квартальные данные о прибыли компании за последние четыре года. Для описания тенденции этого временного ряда построена линейная модель $\hat{y}_t = 51{,}878 + 2{,}320t$, ($t$ = 1, 2, …, 16). Требуется проверить гипотезу об отсутствии автокорреляции первого порядка в остатках, полученных после построения линейной трендовой модели.

(Уровень значимости $\alpha = 0{,}05$).

Таблица 1.8.

Прибыль компании, тыс. долл. США

№ года	Квартал	Порядковый номер квартала t	Прибыль y_t, тыс. долл. США
1	2	3	4
1	I	1	53,4
	II	2	55
	III	3	60,3
	IV	4	61,7
2	I	5	62,5
	II	6	65,5
	III	7	68,5
	IV	8	73,3
3	I	9	72,2
	II	10	74
	III	11	77,4
	IV	12	80,4
4	I	13	82,1
	II	14	85,9
	III	15	86,3
	IV	16	87,1

1.5. Использование адаптивных методов прогнозирования в экономических исследованиях

1. Рассчитайте экспоненциальную среднюю для временного ряда объема продаж продукции фирмы (табл. 1.9) при значении параметра адаптации α=0,1. В качестве начального значения экспоненциальной средней возьмите среднее значение из всех представленных уровней.

Таблица 1.9.

Объем продаж продукции фирмы

Порядковый номер квартала t	Объем продаж y_t, тыс. шт.	Порядковый номер квартала t	Объем продаж y_t, тыс. шт.
1	235	10	212
2	234	11	217
3	227	12	232
4	222	13	230
5	218	14	220
6	199	15	213
7	197	16	213
8	203	17	219
9	208		

2. По данным задания № 1 рассчитайте экспоненциальную среднюю при двух различных значениях параметра адаптации: $\alpha = 0{,}5$ и $\alpha = 0{,}9$. Сравните графически исходный временной ряд и экспоненциально сглаженные временные ряды при различных значениях параметра адаптации. Укажите, какой временной ряд носит более гладкий характер.

3. Докажите, что в модели экспоненциального сглаживания веса отдельных уровней ряда экспоненциально убывают по мере их удаления в прошлое.

4. Докажите, что дисперсия экспоненциально сглаженного временного ряда меньше дисперсии исходного временного ряда.

2. РЕШЕНИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫХ ЗАДАНИЙ

2.1. Введение в анализ временных рядов

1. Вспомогательные вычисления по методу Фостера-Стюарта представлены в таблице 2.1.

1) Если уровень y_t больше всех предшествующих уровней, то в графе m_t ставим 1, если y_t меньше всех предшествующих уровней, то ставим 1 в графе l_t;

2) Определяем $d_t = m_t - l_t$ для $t = 2 \div 20$;

3) $D = \sum_{t=2}^{20} d_t = 3$;

4) Значение σ_D =2,279 для n = 20 (см. табл. 1.7 в учебном пособии).

Значение $t_{кр}$ берем из таблицы t-распределения Стьюдента:

$$t_{кр}\ (\alpha = 0{,}05;\ \nu = 19) = 2{,}093; \quad t_н = \frac{D}{\sigma_D} = 1{,}316.$$

$t_н < t_{кр} \Rightarrow$ нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу H_0 об отсутствии тренда.

Таблица 2.1.

Вспомогательные вычисления по методу Фостера-Стюарта

t	y_t	m_t	e_t	d_t	t	y_t	m_t	e_t	d_t
1	509	—	—	—	11	517	0	0	0
2	507	0	1	–1	12	524	1	0	1
3	508	0	0	0	13	526	1	0	1
4	509	0	0	0	14	519	0	0	0
5	518	1	0	1	15	514	0	0	0
6	515	0	0	0	16	510	0	0	0
7	520	1	0	1	17	516	0	0	0
8	519	0	0	0	18	518	0	0	0
9	512	0	0	0	19	524	0	0	0
10	511	0	0	0	20	521	0	0	0

2. Рассчитаем цепные абсолютные приросты:

$$\Delta y_2 = 16{,}5 - 17{,}0 = -0{,}5\ (\%)$$
$$\Delta y_3 = 15{,}9 - 16{,}5 = -0{,}6\ (\%)$$
$$\Delta y_4 = 15{,}5 - 15{,}9 = -0{,}4\ (\%)$$
$$\Delta y_5 = 14{,}9 - 15{,}5 = -0{,}6\ (\%)$$
$$\Delta y_6 = 14{,}5 - 14{,}9 = -0{,}4\ (\%)$$
$$\Delta y_7 = 13{,}8 - 14{,}5 = -0{,}7\ (\%)$$

Легко заметить, что цепные абсолютные приросты примерно одинаковы. Они незначительно варьируют от –0,7 до –0,4, что свидетельствует о близости процесса развития к линейному. Поэтому представляется правомерным оценить прогнозное значение $\hat{y}_8$ с помощью среднего абсолютного прироста $\Delta \overline{y}$:

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_7 - y_1}{6} = \frac{13,8 - 17}{6} \approx -0,5\ (\%)$$

$$y_8 = y_7 + \overline{\Delta y} = 13,8 - 0,5 \approx 13,3\ (\%)$$

3. Известно, что изменение процентной ставки банка происходило примерно с постоянным темпом роста в течение 7 кварталов. Следовательно, правомерно использовать средний темп роста для расчета прогнозного значения этого показателя. Средний темп роста равен:

$$\overline{T} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100\%\ ;$$

$$\overline{T} = \sqrt[6]{\frac{y_7}{y_1}} \cdot 100\% = \sqrt[6]{\frac{14}{8,3}} \cdot 100\%\ ;$$

$$\overline{T} \approx 109,1\%.$$

Прогноз процентной ставки банка в 8 квартале равен:

$\hat{y}_8 = y_7 \cdot \overline{T}$, где $\overline{T}$ — не в процентном выражении;

$\hat{y}_8 = 14 \cdot 1,091 \approx 15,3\%$.

4. Представим расчет цепных и базисных абсолютных приростов, темпов роста, темпов прироста в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Статистические показатели динамики

t	y_t **(млн. м²)**	**Абсолютный прирост (млн. м²)**		**Темп роста (%)**		**Темп прироста (%)**	
		Цепной	*Базисный*	*Цепной*	*Базисный*	*Цепной*	*Базисный*
1	7,0	—	—	—	—	—	—
2	6,5	6,5 – 7,0 = –0,5	6,5 – 7,0 = –0,5	$\frac{6,5}{7,0}100 = 92,86$	$\frac{6,5}{7,0}100 = 92,86$	92,86 – 100 = = –7,14	92,86 – 100 = = –7,14
3	5,9	5,9 – 6,5= –0,6	5,9 – 7,0 = –1,1	$\frac{5,9}{6,5}100 = 90,77$	$\frac{5,9}{7,0}100 = 84,29$	90,77 – 100 = = –9,23	84,29 – 100 = = –15,71
4	5,5	5,5 – 5,9 = –0,4	5,5 – 7,0 = –1,5	$\frac{5,5}{5,9}100 = 93,22$	$\frac{5,5}{7,0}100 = 78,57$	93,22 – 100 = = –6,78	78,57 – 100 = = –21,43
5	4,9	4,9 – 5,5 = –0,6	4,9 – 7,0 = –2,1	$\frac{4,9}{5,5}100 = 89,09$	$\frac{4,9}{7,0}100 = 70,00$	89,09 – 100 = = –10,91	70,00 – 100 = = –30,00

Для получения обобщающих показателей динамики развития определим средние характеристики: средний абсолютный прирост, средний темп роста и прироста.

Средний абсолютный прирост равен:

$$\overline{\Delta y} = \frac{\mathrm{y_n} - \mathrm{y_1}}{\mathrm{n} - 1} = \frac{y_5 - y_1}{4} = \frac{4,9 - 7,0}{4} = -0,525\ (\text{млн.м}^2),$$

т. е. в среднем ежегодно общая площадь вводимого жилья уменьшалась на 0,525 млн.м^2 .

Средний темп роста определим по формуле:

$$\overline{T} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \times 100\% = \sqrt[4]{\frac{4{,}9}{7{,}0}} \times 100\% \ = 91{,}47\%$$

т. е. в среднем ежегодно строительство жилья составляло 91,47% от уровня предыдущего года.

Средний темп прироста $\overline{K} = \overline{T} - 100\% = -8{,}53\%$, т.е. в среднем ежегодно строительство жилья снижалось на 8,53%.

Прогнозное значение $\hat{y}_6$ с помощью среднего абсолютного прироста $\Delta\overline{y}$ определим по формуле:

$$\hat{y}_6 = y_5 + \overline{\Delta y} \approx 4{,}4 \text{ млн. м}^2.$$

2.2. Сглаживание временных рядов с помощью скользящих средних

1. Пусть сглаживание на каждом активном участке осуществляется по полиному 2-го порядка. В этом случае для вычисления значений 5-летней взвешенной скользящей средней воспользуемся табл. 2.1, представленной в учебном пособии.

Тогда:

$$y_3 = \frac{1}{35} \cdot (-3 \cdot 510 + 12 \cdot 497 + 17 \cdot 504 + 12 \cdot 510 - 3 \cdot 509) = 502{,}7$$

$$y_4 = \frac{1}{35} \cdot (-3 \cdot 497 + 12 \cdot 504 + 17 \cdot 510 + 12 \cdot 509 - 3 \cdot 503) = 509{,}3 \text{ и т.д.}$$

В табл. 2.3 отражены результаты дальнейших расчетов.

Таблица 2. 3.

Сглаживание временного ряда курса акций фирмы IBM (долл.) с помощью взвешенной скользящей средней

t	y_t	Взвешенная скользящая средняя $\ell = 5$	t	y_t	Взвешенная скользящая средняя $\ell = 5$
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	510	—	13	502	502,1
2	497	—	14	509	512,7
3	504	502,7	15	525	518,3
4	510	509,3	16	512	516,5
5	509	508,5	17	510	507,6
6	503	503,7	18	506	508,6
7	500	500,3	19	515	514,1
8	500	500,2	20	522	520,9
9	500	498,8	21	523	524,7
10	495	495,6	22	527	524,6
11	494	494,9	23	523	—
12	499	497,8	24	528	—

2. В табл. 2.4 представлены результаты расчетов простых скользящих средних.

Таблица 2.4.

Расчет простых скользящих средних

t	y_t	**Скользящие средние**	
		$\ell = 3$	$\ell = 7$
1	**2**	**3**	**4**
1	19,3	—	—
2	17,3	15,8	—
3	10,7	14,5	—
4	15,6	14,6	16,3
5	17,4	17,6	16,3
6	19,7	17,1	16,7
7	14,2	17,8	17
8	19,4	17,8	17,4
9	19,9	17,3	17,6
10	12,7	17	18,1
11	18,3	16,8	18,7
12	19,3	20,2	18,9
13	22,9	20,2	19,3
14	18,4	20,6	—
15	20,5	20,6	—
16	22,9	—	—

При трехлетней скользящей средней (гр. 3 табл. 2.4):

$$\tilde{y}_2 = \frac{19{,}3+17{,}3+10{,}7}{3} = 15{,}8\,; \quad \tilde{y}_3 = \frac{17{,}3+10{,}7+15{,}6}{3} = 14{,}5 \text{ и т.д.}$$

При семилетней скользящей средней (гр. 4 табл. 2.4):

$$\tilde{y}_4 = \frac{19{,}3+17{,}3+10{,}7+15{,}6+17{,}4+19{,}7+14{,}2}{7} = 16{,}3$$

$$\tilde{y}_5 = \frac{17{,}3+10{,}7+15{,}6+17{,}4+19{,}7+14{,}2+19{,}4}{7} = 16{,}3 \text{ и т.д.}$$

Графический анализ показывает, что ряд, сглаженный по 7-летней скользящей средней, носит более гладкий характер. Это объясняется тем, что чем больше длина интервала сглаживания, тем более гладкий ряд на выходе модели.

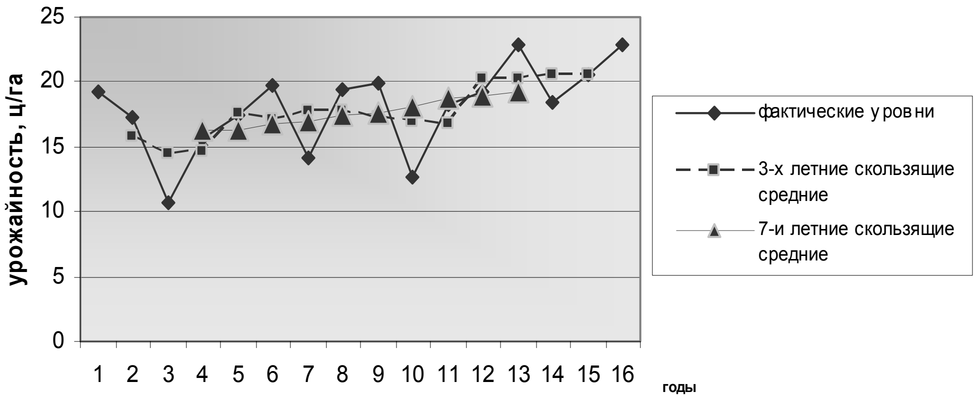


Рис. 2.1. Сглаживание ряда урожайности с помощью простых скользящих средних

3. Ежегодно в четвертом квартале наблюдаются «всплески» в значениях показателя. Для сглаживания этих сезонных колебаний применим процедуру скользящих средних, приняв длину активного участка $\ell = 4$.

При четырехчленной скользящей средней:

$$\tilde{y}_3 = \frac{0{,}5 \cdot 10 + 11{,}4 + 12 + 17{,}5 + 0{,}5 \cdot 16}{4} = 13{,}5 \ ;$$

$$\tilde{y}_4 = \frac{0{,}5 \cdot 11{,}4 + 12 + 17{,}5 + 16 + 0{,}5 \cdot 17}{4} = 14{,}9 \ \text{и т.д.}$$

Результаты расчетов представлены в гр.5 табл.2.5.

Таблица 2.5

Сглаживание временного ряда прибыли компании с помощью скользящей средней

№ года	Квартал	Порядковый номер квартала t	Прибыль y_t, тыс. долл. США	Скользящая средняя $\ell = 4$
1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	I	1	10	—
	II	2	11,4	—
	III	3	12	13,5
	IV	4	17,5	14,9
2	I	5	16	16,4
	II	6	17	18
	III	7	18,5	19,7
	IV	8	23,6	21,5
3	I	9	23	23,2
	II	10	24,6	24,9
	III	11	25	26,6
	IV	12	30,6	28,1
4	I	13	29	29,8
	II	14	31	31,1
	III	15	31,9	—
	IV	16	34	—

4. Пусть длина интервала сглаживания $\ell = 5$, а локальное поведение сглаженного временного ряда внутри каждого активного участка описывается с помощью полинома второго порядка. Перенесем начало координат в середину временного интервала, т.е. будем рассматривать моменты времени:

$$t = -2, -1, 0, 1, 2.$$

Неизвестные коэффициенты полинома второй степени оцениваются с помощью МНК, т.е. находятся коэффициенты, минимизирующие функционал:

$$Q = \sum_{t=-2}^{2} (y_t - a_0 - a_1 t - a_2 t^2)^2 \Rightarrow \min$$

Находим частные производные и приравниваем их нулю:

$$\frac{\partial Q}{\partial a_j} = 0, \quad j = 0;\ 1{,}2.$$

Отсюда, учитывая, что после переноса начала координат в середину временного интервала $\sum_{t=-2}^{2} t^k = 0$, где $k-$нечетное число, получим упрощенную систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{t=-2}^{2} y_t = 5a_0 + 10a_2 \\ \sum_{t=-2}^{2} t y_t = 10a_1 \\ \sum_{t=-2}^{2} t^2 y_t = 10a_0 + 34a_2 \end{cases}$$

Сглаженное значение в центральной точке активного участка определяется коэффициентом a_0, который входит в первое и третье уравнения системы.

Поэтому из уравнений (1) и (3) системы определим выражение для коэффициента a_0:

$$a_0 = \frac{1}{35}(-3y_{-2} + 12y_{-1} + 17y_0 + 12y_1 - 3y_2)$$

Таким образом, оценка сглаженного значения в центральной точке активного участка определяется как взвешенная средняя арифметическая из пяти уровней, образующих этот участок.

Соответствующие весовые коэффициенты равны:

$$-\frac{3}{35}; \frac{12}{35}; \frac{17}{35}; \frac{12}{35}; \frac{-3}{35}.$$

Учитывая симметрию относительно центрального значения, их можно представить с помощью символической записи:

$a_0 = \frac{1}{35}\left[-3;12;17\right]$ (см. табл. 2.1 в учебном пособии).

2.3. Прогнозирование развития с помощью моделей кривых роста

1. Для расчета коэффициентов линейного тренда воспользуемся выражениями, полученными из системы нормальных уравнений после переноса начала координат в середину ряда (см. (3.8) в учебном пособии).

Так как число уровней ряда динамики — нечетное (n = 11), то центральный уровень (шестой) принимается за начало отсчета, ему соответствует t = 0. Вышестоящие уровни нумеруются с шагом –1, нижестоящие — с шагом +1 (гр.3 табл.2.6).

В табл. 2.6 представлены необходимые вспомогательные вычисления.

Таблица 2.6.

Расчет параметров линейной модели

№	y_t	t	$y_t t$	t^2
1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	540	–5	–2700	25
2	563	–4	–2252	16
3	626	–3	–1878	9
4	666	–2	–1332	4
5	710	–1	–710	1
6	750	0	0	0
7	790	1	790	1
8	810	2	1620	4
9	842	3	2526	9
10	880	4	3520	16
11	913	5	4565	25
$\sum$	8090		4149	110

В соответствии с (3.8) в учебном пособии:

$$a_0 = \frac{\sum y_t}{n} = \frac{8090}{11} = 735{,}5;$$

$$a_1 = \frac{\sum y_t \cdot t}{\sum t^2} = \frac{4149}{110} = 37{,}7.$$

Следовательно, уравнение линейного тренда имеет вид:

$$\hat{y}_t = 735{,}5 + 37{,}7t$$

Согласно этой модели оценка среднего уровня ряда при $t = 0$ равна 735,5 тыс. чел. Отметим, что это расчетное значение меньше фактического, равного 750 тыс. чел. Оценка среднегодового прироста численности ППП, занятого в отрасли, составляет 37,7 тыс. чел.

Для прогнозирования на базе полученной модели на одну точку вперед необходимо в нее подставить соответствующее значение временного параметра, т. е. $t = 6$. (Если бы оценки коэффициентов модели были получены без переноса начала координат в середину ряда, то следовало бы подставить в модель значение временного параметра $t = 12$).

Прогноз равен:

$$\hat{y}_6 = 735{,}5 + 37{,}7 \cdot 6; \quad \hat{y}_6 = 961{,}7 \text{ тыс.чел.}$$

2. Для расчета коэффициентов параболического тренда воспользуемся выражениями, полученными из системы нормальных уравнений после переноса начала координат в середину ряда (см. (3.9) в учебном пособии). Промежуточные вычисления представлены в табл. 2.7.

$$a_1 = \frac{4149}{110} = 37{,}7$$

$$a_2 = \frac{11 \cdot 80029 - 110 \cdot 8090}{11 \cdot 1958 - (110)^2} = -1{,}0$$

$$a_0 = 735{,}5 - \frac{110}{11}(-1{,}0) = 745{,}6$$

Следовательно, уравнение параболического тренда примет вид:

$$\hat{y}_t = 745{,}6 + 37{,}7t - 1{,}0t^2$$

Для определения прогноза показателя надо подставить в полученную модель соответствующее значение временного параметра ($t = 6$).

Прогноз равен:

$$\hat{y}_6 = 745{,}6 + 37{,}7 \cdot 6 - 1{,}0 \cdot 6^2 \text{; } \hat{y}_8 = 935{,}4 \text{ тыс.чел.}$$

Таблица 2.7.

Расчет параметров параболической модели

№	y_t	t	$y_t t$	t^2	$y_t t^2$	t^4
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1	540	–5	–2700	25	13500	625
2	563	–4	–2252	16	9008	256
3	626	–3	–1878	9	5634	81
4	666	–2	–1332	4	2664	16
5	710	–1	–710	1	710	1
6	750	0	0	0	0	0
7	790	1	790	1	790	1
8	810	2	1620	4	3240	16
9	842	3	2526	9	7578	81
10	880	4	3520	16	14080	256
11	913	5	4565	25	22825	625
$\sum$	8090		4149	110	80029	1958

3. Для определения параметров тренда, описываемого показательной функцией, воспользуемся (3.8), (3.11) в учебном пособии. В табл. 2.8 представлены необходимые вспомогательные вычисления.

Оценивание неизвестных коэффициентов модели осуществим следующим образом:

$$\ln a = \frac{72{,}45}{11} = 6{,}5866 \text{; } \ln b = \frac{5{,}799}{110} = 0{,}0527 .$$

Проведя потенцирование, получаем: $a = 725{,}29$; $b = 1{,}05$.

Следовательно, уравнение тренда примет вид

$$\hat{y}_t = 725{,}29 \cdot 1{,}05^t .$$

Согласно этой модели среднегодовой темп роста численности ППП в электроэнергетике составлял 105%. В точке, принятой за начало отсчета ($t = 0$), значение тренда равно 725,29 тыс. чел.

Для определения прогнозного значения исследуемого показателя на одну точку вперед подставим в полученную модель значение $t = 6$:

$$\hat{y}_6 = 725{,}29 \cdot 1{,}05^6 \text{ ; } \hat{y}_6 = 995{,}2 \text{ тыс.чел.}$$

Таблица 2.8

Расчет параметров показательной модели

№	y_t	t	t^2	ln y_t	ln $(y_t)t$
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	540	-5	25	6,292	-31,458
2	563	-4	16	6,333	-25,333
3	626	-3	9	6,439	-19,318
4	666	-2	4	6,501	-13,003
5	710	-1	1	6,565	-6,5653
6	750	0	0	6,62	0
7	790	1	1	6,672	6,672
8	810	2	4	6,697	13,394
9	842	3	9	6,736	20,207
10	880	4	16	6,78	27,12
11	913	5	25	6,817	34,084
$\sum$	8090		110	72,45	5,799

Отметим, что полученные на основе линейной и показательной моделей прогнозные оценки сильно завышены. Фактическое значение показателя в 2001 г. было равно 926 тыс. чел. Значительно ближе к фактическим данным ложатся уровни, рассчитанные по параболической модели. Дальнейшее исследование качества полученных моделей должно опираться на всесторонний анализ остаточных последовательностей.

4. Первое полугодие следующего года содержит два квартала, имеющие соответственно порядковые номера $t = 21$ и $t = 22$.

Найдем прогнозные значения уровней продаж в каждом из этих кварталов с учетом мультипликативного характера сезонности:

$$\hat{y}_{21} = (15{,}2 + 0{,}15 \cdot 21) \cdot 0{,}89 = 16{,}3 \text{ тыс. шт.}$$

$$\hat{y}_{22} = (15{,}2 + 0{,}15 \cdot 22) \cdot 1{,}15 = 21{,}3 \text{ тыс. шт.}$$

Следовательно, прогнозная оценка уровня продаж в первом полугодии следующего года составляет 37,6 тыс. шт.

2.4. Доверительные интервалы прогноза. Оценка адекватности и точности моделей

1. Точечный прогноз: $\hat{y}_{21} = 10{,}2 + 1{,}2 \cdot 21;\quad \hat{y}_{21} = 35{,}4$ млрд. руб.

Интервальный прогноз: $\hat{y}_{21} \pm S_y K^*$.

Значение K^* берем из таблицы 4.1 в учебном пособии для $n = 20$ и периода упреждения $L = 1$. $K^* = 1{,}9117$.

$$S_y = \sqrt{S_y^2} = 0{,}5.$$

$$\hat{y}_{21} \pm S_y K^* = 35{,}4 \pm 0{,}5 \cdot 1{,}9117.$$

Точечный прогноз равен 35,4 млрд. руб.

Нижняя граница прогноза равна 34,4 млрд. руб.

Верхняя граница прогноза равна 36,4 млрд. руб.

2. Из таблицы 4.2. в учебном пособии берем значения критических границ для критерия Дарбина-Уотсона при $n = 20$ и $K' = 1$.

$d_1 = 1{,}20$; $d_2 = 1{,}41$.

Так как $d_1 \le d \le d_2$ (1,20 < 1,39 < 1,41), то нельзя сделать определенного вывода по имеющимся исходным данным (значение d попало в область неопределенности).

3. Так как при $n = 20$ одновременно выполняются следующие неравенства:

$$|A| < 1{,}5 \cdot \sqrt{\frac{6 \cdot (n-2)}{(n+1)\cdot(n+3)}}, \quad (|0{,}6| < 0{,}71);$$

$$\left|Э + \frac{6}{n+1}\right| < 1{,}5 \cdot \sqrt{\frac{24 \cdot n \cdot (n-2)(n-3)}{(n+1)^2 \cdot (n+3) \cdot (n+5)}}, \quad (|0{,}7 + 0{,}29| < 1{,}14),$$

то гипотеза о нормальном характере распределения не отвергается.

4. В табл. 2.9 представлены вспомогательные вычисления, необходимые для расчета значения статистики Дарбина-Уотсона.

В гр. 3 содержатся расчетные уровни ($\hat{y}_t$), полученные после подстановки соответствующих последовательных значений времени t = 1, 2, …, 16 в построенную линейную модель.

В гр. 4 получена остаточная последовательность, значения которой представляют собой отклонения фактических уровней временного ряда (y_t) от расчетных ($\hat{y}_t$).

Таблица 2. 9

Расчет статистики Дарбина-Уотсона

t	Прибыль (тыс. долл.) y_t	$\hat{y}_t$	e_t	e_t^2	$(e_t - e_{t-1})^2$
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	53,4	54,198	–0,798	0,637	—
2	55	56,518	–1,518	2,304	0,518
3	60,3	58,838	1,462	2,137	8,88
4	61,7	61,158	0,542	0,294	0,846
5	62,5	63,478	–0,978	0,956	2,31
6	65,5	65,798	–0,298	0,089	0,462
7	68,5	68,118	0,382	0,146	0,462
8	73,3	70,438	2,862	8,191	6,15
9	72,2	72,758	–0,558	0,311	11,7
10	74	75,078	–1,078	1,162	0,27
11	77,4	77,398	0,002	$4\ 10^{-6}$	1,166
12	80,4	79,718	0,682	0,465	0,462
13	82,1	82,038	0,062	0,004	0,384
14	85,9	84,358	1,542	2,378	2,19
15	86,3	86,678	–0,378	0,143	3,686
16	87,1	88,998	–1,898	3,602	2,31
$\sum$				22,82	41,8

В графах 5—6 табл. 2.9 приведен расчет сумм, необходимых для вычисления значения статистики по формуле

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}.$$

Таким образом, $d = \frac{41{,}8}{22{,}82} = 1{,}83$.

Очевидно, что расчетное значение статистики «не слишком отличается» от 2. Обращение к табличным значениям (табл. 4.2 в учебном пособии) показывает, что $d > d_2$ (1,83 > 1,37), следовательно, гипотеза H_0 об отсутствии в остатках автокорреляции первого порядка не отвергается.

2.5. Использование адаптивных методов прогнозирования в экономических исследованиях

1. Определим $S_0 = \frac{1}{17}\sum_{t=1}^{17} y_t = 217{,}59$

Найдем значения экспоненциальной средней при α=0,1.

$S_t = \alpha y_t + (1-\alpha)S_{t-1}$. $\alpha = 0{,}1$ — по условию;
$S_1 = \alpha y_1 + (1-\alpha)S_0$; $S_1 = 0{,}1\times 235 + 0{,}9\times 217{,}59 = 219{,}3$;
$S_2 = \alpha y_2 + (1-\alpha)S_1$; $S_2 = 0{,}1\times 234 + 0{,}9\times 219{,}3 = 220{,}8$;
$S_3 = \alpha y_3 + (1-\alpha)S_2$; $S_3 = 0{,}1\times 227 + 0{,}9\times 220{,}8 = 221{,}4$ и т.д.
Результаты расчетов представлены в табл. 2.10.

2. $S_0 = \frac{1}{17}\sum_{t=1}^{17} y_t = 217{,}59$

$\alpha = 0{,}5$ — по условию.
$S_1 = \alpha y_1 + (1-\alpha)S_0$; $S_1 = 0{,}5\times 235 + 0{,}5\times 217{,}59 = 226{,}3$;
$S_2 = \alpha y_2 + (1-\alpha)S_1$; $S_2 = 0{,}5\times 234 + 0{,}5\times 226{,}3 = 230{,}1$ и т.д.

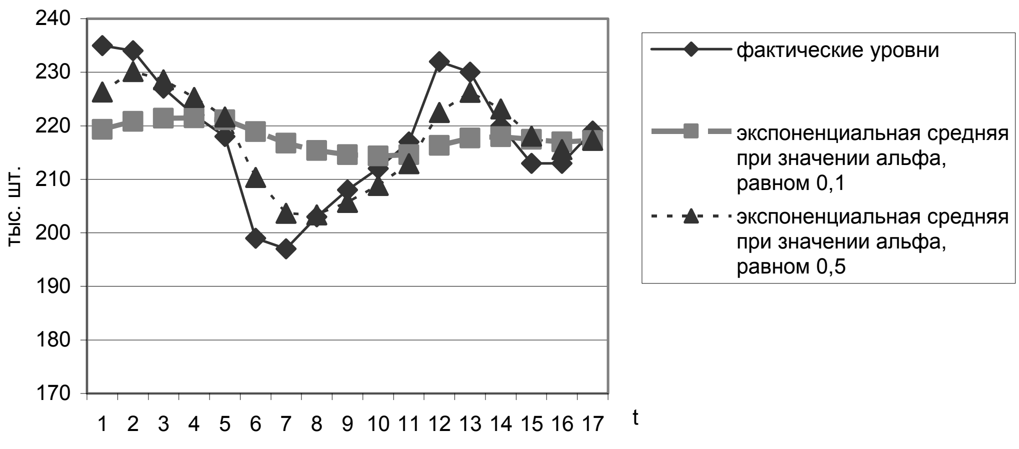


Рис. 2.2. Экспоненциальное сглаживание при различных значениях параметра адаптации

Таблица 2.10

Экспоненциальные средние

t	Объем продаж y_t, тыс. шт.	Экспоненциальная средняя		
		$\alpha = 0{,}1$	$\alpha = 0{,}5$	$\alpha = 0{,}9$
1	235	219,3	226,3	233,3
2	234	220,8	230,1	233,9
3	227	221,4	228,6	227,7
4	222	221,5	225,3	222,6
5	218	221,1	221,6	218,5
6	199	218,9	210,3	200,9
7	197	216,7	203,7	197,4
8	203	215,4	203,3	202,4
9	208	214,6	205,7	207,4
10	212	214,4	208,8	211,5
11	217	214,6	212,9	216,5
12	232	216,4	222,5	230,4
13	230	217,7	226,2	230
14	220	217,9	223,1	221
15	213	217,5	218,1	213,8
16	213	217	215,5	213,1
17	219	217,2	217,3	218,4

Результаты расчетов экспоненциально сглаженных рядов при различных значениях параметров адаптации представлены в табл. 2.10.

На рис.2.2 наглядно проявляется влияние значения параметра адаптации на характер сглаженного ряда. При $\alpha = 0{,}1$ экспоненциальная средняя носит более гладкий характер, так как в этом случае в наибольшей степени поглощаются случайные колебания временного ряда.

3. Экспоненциальную среднюю S_t можно выразить через предшествующие значения уровней временного ряда, последовательно используя рекуррентную формулу:

$$S_t = \alpha y_t + \beta S_{t-1},$$

где

S_t — значение экспоненциальной средней в момент t;

α — параметр сглаживания, $\alpha = \text{const}$, $0 < \alpha < 1$; $\beta = 1 - \alpha$.

Таким образом, можно записать:

$$S_t = \alpha y_t + \beta S_{t-1} = \alpha y_t + \beta(\alpha y_{t-1} + \beta S_{t-2}) =$$
$$= \alpha y_t + \alpha\beta y_{t-1} + \beta^2 S_{t-2} = \ldots = \alpha y_t + \alpha\beta y_{t-1} + \alpha\beta^2 y_{t-2} + \ldots + \alpha\beta^i y_{t-i} + \ldots + \beta^n S_0$$

Следовательно,

$$S_t = \alpha \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \beta^i \cdot y_{t-i} + \beta^n \cdot S_0,$$

где

n — длина ряда.

При $n \to \infty$ $\beta^n \to 0$ и $S_t = \alpha \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \cdot y_{t-i}$.

Таким образом, величина S_t оказывается взвешенной суммой членов ряда. Причем веса отдельных уровней ряда убывают по мере их удаления в прошлое соответственно экспоненциальной функции (в зависимости от «возраста» наблюдений). Именно поэтому величина S_t названа экспоненциальной средней.

4. Предположим, что модель временного ряда имеет вид:

$$y_t = a_1 + \varepsilon_t,$$

где

$a_1 = \text{const}$;

ε_t — случайные неавтокоррелированные отклонения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2.

Представим выражение $S_t = \alpha \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \cdot y_{t-i}$, полученное в предыдущем задании, в следующем виде:

$$S_t = \alpha \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i y_{t-i} = \alpha \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i (a_1 + \varepsilon_{t-1}) = a_1 + \alpha \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \varepsilon_{t-i} .$$

Отсюда очевидно, что математическое ожидание $M(S_t) = a_1$, так же как и математическое ожидание самого временного ряда.

Определим дисперсию экспоненциальной средней $D[S_t]$.

$$D[S_t] = M\left[(S_t - a_1)^2\right] = M\left[\left[\alpha \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \cdot \varepsilon_{t-1}\right]^2\right].$$

Учитывая свойства ε_t, можно записать:

$$D[S_t] = \alpha^2 \sum_{i=0}^{\infty} \beta^{2i} \sigma^2 = \frac{\alpha}{2-\alpha} \sigma^2 .$$

Таким образом, $D[S_t] = \dfrac{\alpha}{2-\alpha} \sigma^2$.

Так как $0 < \alpha < 1$, то $D[S_t]$ меньше дисперсии временного ряда, равной σ^2.

Этот результат был получен автором модели английским математиком Р.Брауном.

3. ИТОГОВЫЙ ТЕСТ

1. При сглаживании временного ряда с помощью 5-членной скользящей средней теряются:

а) только первые два значения временного ряда;
б) только последние два значения временного ряда;
в) два первых и два последних значения временного ряда;
г) пять первых и пять последних значений временного ряда.

2. Данные об изменении урожайности зерновых культур за 10 лет представлены в таблице.

Урожайность зерновых культур (ц/га)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	14,9	12,6	15,2	15,9	14,4	16,2	18,0	18,3	17,0	18,8

Сглаженное значение девятого уровня ряда при использовании 5-членной простой скользящей средней равно:

а) 14,6;
б) 20,5;
в) 9,3;
г) 14,1.

3. Более гладкий временной ряд, менее подверженный случайным колебаниям, будет получен при использовании:

а) 3-летней скользящей средней;
б) 5-летней скользящей средней;
в) 7-летней скользящей средней;
г) 19-летней скользящей средней.

4. Временной ряд урожайности зерновых культур (см. задание № 2) сглаживается с помощью 5-летней взвешенной скользящей средней. Сглаженное значение четвертого уровня ряда равно:

а) 15,4;
б) 23,8;
в) 7,9;
г) 14,9.

5. Средний абсолютный прирост используется для вычисления прогнозного значения в следующей точке, если:

а) цепные абсолютные приросты примерно одинаковы;
б) цепные темпы роста примерно одинаковы;
в) базисные абсолютные приросты примерно одинаковы.

6. Изменение ежеквартальной динамики процентной ставки банка в течение 7 кварталов происходило примерно с постоянным темпом роста. Средний темп роста соста-

вил $\overline{T} = 92{,}7\%$. Рассчитайте прогнозное значение процентной ставки банка в 8 квартале, если в 7 квартале она составляла 11%. Прогноз равен:

а) 10,2%;
б) 11,8%;
в) 9,0%.

7. Для ежеквартальной динамики процентной ставки банка оказалось, что значения цепных абсолютных приростов примерно одинаковы в течение 7 кварталов. Средний абсолютный прирост составил $\overline{\Delta y} = -0{,}4(\%)$. Рассчитать прогнозное значение процентной ставки банка в 8 квартале, если в 7 квартале она составила 9,2%. Прогноз равен:

а) 9,9%;
б) 8,8%;
в) 7,0%.

8. На основе временного ряда месячной динамики производства бумаги в РФ (с января 1993г. по июль 2004г.) рассчитывается прогноз производства в сентябре 2004г. Этот прогноз является:

а) оперативным, поисковым;
б) краткосрочным, поисковым;
в) краткосрочным, нормативным.

9. Дан временной ряд производства тканей в РФ.

Производство тканей (млн. кв. м.)

Квартал	I. 1994	II. 1994	III. 1994	IV. 1994	I. 1995	II. 1995
t	1	2	3	4	5	6
y_t	734	537	374	504	485	379

Этот временной ряд является:

а) моментным;
б) интервальным;
в) производным.

10. По данным о производстве угля за 9 лет с 1990 г. по 1998 г. (t = 1, 2, ..., 9) были оценены параметры модели

$$\hat{y}_t = 425 - 5{,}09t - 1{,}59t^2$$

Используя полученную модель, рассчитайте прогноз производства в 1999 г. (t = 10). Прогноз равен:

а) 215,1 млн. тонн;
б) 240,2 млн. тонн;
в) 300,5 млн. тонн.

11. По данным задания №10 рассчитайте интервальный прогноз угля в 1999 г., если дисперсия отклонений фактических значений от расчетных $S_y^2 = 9$ (млн. тонн)^2. Доверительную вероятность принять равной 0,9. (См. табл. 4.1 в учебном пособии). Нижняя граница прогноза равна:

а) 105,7;
б) 205,7;
в) 305,7.

12. Для прогнозирования временного ряда численности промышленно- производственного персонала предприятия была выбрана модель $y_t = a_0 + a_1 t$. Оценка параметров модели проводилась для временного ряда длиной n = 24. Значение критерия Дарбина-Уотсона для ряда остатков d = 0,9.

При уровне значимости 0,05 можно считать, что:

а) модель адекватна реальному процессу по данному критерию;

б) модель не адекватна реальному процессу по данному критерию;

в) нет достаточных оснований для принятия решения об адекватности модели.

13. Программа выдала следующие характеристики ряда остатков:

Длина ряда n = 24;

Коэффициент асимметрии A = 0,7;

Коэффициент эксцесса Э = –0,5.

С помощью этих характеристик можно проверить гипотезу о:

а) нормальном характере распределения ряда остатков;

б) наличии автокорреляции в остатках;

в) случайном характере ряда остатков.

14. Тенденция изменения среднегодовой численности промышленно-производственного персонала предприятия за 10 лет (t = 1, 2, ...,10) описывается показательной функцией $\hat{y}_t = 579 \cdot 1{,}026^t$.

Из этой модели следует, что среднегодовой темп роста численности промышленно-производственного персонала предприятия составил:

а) 5,79%;

б) 102,6%;

в) 2,6%;

г) 26%.

15. Для описания экономических процессов, имеющих предел роста (процессов «с насыщением»), могут использоваться следующие кривые роста:

а) прямая;

б) парабола;

в) модифицированная экспонента.

16. На основе годовых данных об изменении урожайности картофеля в регионе с 1989 г. по 1998 г. (t = 1, 2, ..., 10) были оценены коэффициенты линейного тренда:

$$\hat{y}_t = 180{,}5 + 5{,}1t$$

Из этой модели следует, что среднегодовой прирост урожайности составлял:

а) 5,1 ц/га;

б) 180,5 ц/га;

в) (180,5+5,1) ц/га.

17. По данным задания №16 рассчитать интервальный прогноз урожайности картофеля в 1999 г., если дисперсия отклонений фактических значений от расчетных $S_y^2 = 81$(ц/га)^2. Доверительную вероятность принять равной 0,9. (См. табл. 4.1 в учебном пособии).

Верхняя граница прогноза равна:

а) 216,3 ц/га;

б) 256,9 ц/га;

в) 290,9 ц/га.

18. Какие модели способны учитывать различную информационную ценность уровней временного ряда:

а) кривые роста;

б) адаптивные модели прогнозирования;

в) простые скользящие средние.

19. Для временного ряда курса акций рассчитывалась экспоненциальная средняя при значении параметра адаптации $\alpha = 0{,}1$ и экспонециальная средняя при значении параметра адаптации $\alpha = 0{,}5$. Указать, какой ряд носит наиболее гладкий характер и меньше подвержен случайным колебаниям:

а) исходный ряд;

б) экспоненциальная средняя при $\alpha = 0{,}1$;

в) экспоненциальная средняя при $\alpha = 0{,}5$.

20. В модели экспоненциального сглаживания увеличение значения параметра адаптации α:

а) приводит к увеличению весов при более поздних уровнях ряда;

б) приводит к увеличению весов при более ранних уровнях ряда;

в) не влияет на изменения весов при различных уровнях ряда.

21. Представление уровней временного ряда в виде:

$$y_t = u_t + s_t + \varepsilon_t,$$

где

u_t — тренд;

s_t — сезонная компонента;

ε_t — случайная компонента,

соответствует:

а) мультипликативной модели;

б) аддитивной модели;

в) модели смешанного типа.

22.Прогнозное значение остатков вкладов населения в банках на начало июля 1995 г. составляло 47806 млрд. руб. Фактическое же значение оказалось равным 45416 млрд. руб.

Модуль относительной ошибки прогноза равен:

а) 5,3%;

б) 15,8%;

в) 23%.

23. Для временного ряда урожайности зерновых культур (см. задание №2) рассчитывается экспоненциальная средняя. В качестве начального значения экспоненциальной средней S_0 берется среднее значение трех первых уровней. Параметр адаптации $\alpha = 0{,}2$. Значение экспоненциальной средней для первого уровня ряда равно:

а) 14,4 ц/га;

б) 20,3 ц/га;

в) 9,5 ц/га.

24. Используя метод Фостера-Стюарта, проверьте гипотезу об отсутствии тенденции в изменении курса акции промышленной компании, если наблюдаемое значение критерия $t_{набл} = 4{,}5$; критическое значение $t_{кр} = 2{,}093$. Следовательно:

а) гипотеза об отсутствии тенденции не отвергается;
б) гипотеза об отсутствии тенденции отвергается;
в) требуется использование более мощного критерия.

25. Для временного ряда остатков e_t ($t = 1, 2, \ldots, 18$) получены следующие значения:

$$\sum_{t=1}^{18} e_t^2 = 500$$

$$\sum_{t=2}^{18} (e_t - e_{t-1})^2 = 950$$

Значение критерия Дарбина-Уотсона для ряда остатков равно:

а) 1,9;
б) 0,5;
в) 450;
г) –0,5.

26. Значение коэффициента автокорреляции может быть равно:

а) 5;
б) 0,5;
в) –1,5;
г) –0,9.

27. На основе годовых данных об изменении численности занятых в народном хозяйстве с 1990 г. по 1996 г. оценены коэффициенты линейного тренда: $\hat{y}_t = 70{,}5 - 1{,}615t$.

В соответствии с этой моделью численность занятых в среднем ежегодно:

а) сокращалась на 1,615 млн. чел.;
б) увеличивалась на 1,615 млн. чел.;
в) сокращалась на (70,5-1,615) млн. чел.;
г) сокращалась на 70,5 млн. чел.

28. На основе квартальных данных об объемах продаж продукции фирмы (тыс.шт.) за 5 лет была построена тренд-сезонная модель.

Уравнение тренда имело вид: $\hat{y}_t = 25{,}2 + 0{,}17t$, ($t = 1, 2, \ldots, 20$).

Сезонность носила мультипликативный характер. Оценки коэффициентов сезонности представлены в таблице.

Квартал	1	2	3	4
Коэффициент сезонности	0,89	1,15	1,25	0,71

Прогнозная оценка уровня продаж во втором полугодии следующего года равна…
(Точность ответа — два знака после запятой).

29. На основе квартальных данных о прибыли компании (тыс. долл.) за 5 лет была построена тренд-сезонная модель.

Уравнение тренда имело вид: $\hat{y}_t = 35{,}2 + 0{,}8t$, ($t$ = 1, 2, …, 20).

Сезонность носила аддитивный характер. Оценки сезонной составляющей представлены в таблице.

Квартал	1	2	3	4
Сезонная составляющая	-0,8	-1,1	1,3	0,6

Прогнозная оценка уровня прибыли компании в первом полугодии следующего года равна…

(Точность ответа — два знака после запятой).

30. В модели экспоненциального сглаживания параметр адаптации α может быть равен:

а) –0,9;
б) 0,9;
в) 0,5;
г) –1,5.

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие виды временных рядов вы знаете? Приведите примеры.
2. Поясните, в чем состоят характерные отличия временных рядов от пространственных выборок?
3. Какие требования предъявляются к временным рядам как к исходной информации при прогнозировании?
4. Как рассчитываются средний абсолютный прирост, средний темп роста, средний темп прироста? Когда правомерно использовать средний абсолютный прирост и средний темп роста для расчета прогнозов?
5. Как на стадии графического анализа динамики временного ряда можно определить характер сезонности (аддитивный или мультипликативный)?
6. Охарактеризуйте компоненты временных рядов. Что такое мультипликативная (аддитивная) модель временного ряда?
7. Объясните назначение скользящих средних. Влияние каких компонент временного ряда устраняется с их помощью?
8. Поясните, когда целесообразно использовать простые скользящие средние, а для каких временных рядов предпочтительнее применение взвешенных.
9. Приведите алгоритм расчета простых скользящих средних.
10. В чем отличие алгоритма расчета взвешенных скользящих средних от простых?
11. Сколько значений теряется при использовании скользящей средней с длиной интервала сглаживания $\ell = 2p+1$? Какие приемы восстановления потерянных уровней после реализации процедур сглаживания используются на практике?
12. Как рассчитываются простые скользящие средние при четной длине интервала сглаживания?
13. Каким образом определены весовые коэффициенты, используемые для расчета взвешенных скользящих средних?
14. Охарактеризуйте основные типы кривых роста, наиболее часто используемые на практике при построении трендовых моделей.
15. Назовите важнейшие характеристики точности моделей прогнозирования.
16. Каким образом определяется значение критической статистики в тесте Дарбина-Уотсона?
17. Опишите алгоритм проверки гипотезы об отсутствии автокорреляции первого порядка в остатках модели с помощью критерия Дарбина-Уотсона.
18. Поясните, почему при отсутствии автокорреляции в остатках расчетное значение статистики Дарбина-Уотсона «не слишком отличается» от 2.
19. Какова интерпретация коэффициентов линейной трендовой модели?

20. Какова интерпретация коэффициентов показательной трендовой модели $\hat{y}_t = ab^t$?
21. Для каких целей может быть использован метод Фостера-Стюарта?
22. Укажите характерные особенности адаптивных методов прогнозирования.
23. Какие типы адаптивных моделей вы знаете?
24. Чем объясняется название «экспоненциальная средняя»?
25. Какую роль играет параметр адаптации α в процедуре экспоненциального сглаживания? Как влияет значение параметра адаптации α на характер сглаженного ряда?

Тесты

ТЕСТЫ

Глава 1. Введение в анализ временных рядов

1. На основе временного ряда квартальной динамики производства электроэнергии (с 1 квартала 1999 г. по 2 квартал 2004 г.) рассчитывается прогноз производства в 3 квартале 2004 г.
   Этот прогноз является:
   а) оперативным;
   б) краткосрочным;
   в) среднесрочным;
   г) долгосрочным.

2. Отрезок времени от момента, для которого имеются последние статистические данные об изучаемом объекте, до момента, к которому относится прогноз, называется …
   а) временем упреждения прогноза;
   б) периодом наблюдения;
   в) ретроспективным участком.

3. Прогноз, для которого время упреждения превышает 5 лет, относится к …
   а) долгосрочным;
   б) краткосрочным;
   в) среднесрочным.

4. Прогноз, отвечающий на вопрос: что вероятнее всего ожидать в будущем, называется …
   а) поисковым;
   б) нормативным;
   в) репрезентативным.

5. На основе временного ряда годовой динамики производства электроэнергии (с 1989 г. по 2001 г.) рассчитывается прогноз производства в 2003 г.
   Этот прогноз является:
   а) оперативным;
   б) краткосрочным;
   в) среднесрочным;
   г) долгосрочным.

6. В таблицах приведены примеры рядов динамики

   Ряд динамики №1. Объем продаж рекламного времени радиостанцией за 6 недель.

Показатель	Текущий номер недели					
	1	2	3	4	5	6
Проданное рекламное время, мин.	125	922	125	238	264	82

Ряд динамики №2. Цены акций промышленной компании на момент открытия торгов (долл.).

Показатель	Дата					
	6.9.99	7.9.99	8.9.99	9.9.99	10.9.99	13.9.99
Цены акций, долл.	280	291	287	289	294	286

Укажите, какой ряд динамики является интервальным:
а) ряд динамики №1;

б) ряд динамики №2;
в) пример интервального ряда динамики отсутствует.

7. В таблицах приведены примеры рядов динамики.

Ряд динамики №1. Объем продаж рекламного времени радиостанцией за 6 недель.

Показатель	Текущий номер недели					
	1	2	3	4	5	6
Проданное рекламное время, мин.	125	922	125	238	264	82

Ряд динамики №2. Цены акций промышленной компании на момент открытия торгов (долл.).

Показатель	Дата					
	6.9.99	7.9.99	8.9.99	9.9.99	10.9.99	13.9.99
Цены акций, долл.	280	291	287	289	294	286

Укажите, какой ряд динамики является моментным:
а) ряд динамики №1;
б) ряд динамики №2;
в) пример моментного ряда динамики отсутствует.

8. На основе временного ряда квартальной динамики производства продукции предприятия (с 1 квартала 1998 г. по 2 квартал 2004 г.) рассчитывается прогноз производства в 3 квартале 2004г.
Этот прогноз является:
а) оперативным, поисковым;
б) краткосрочным, поисковым;
в) среднесрочным, нормативным;
г) среднесрочным, поисковым.

9. Представление уровней временного ряда в виде:

$$y_t = u_t + s_t + \varepsilon_t,$$

где
u_t — тренд;
s_t — сезонная компонента;
ε_t — случайная компонента,
соответствует:
а) мультипликативной модели;
б) аддитивной модели;
в) модели смешанного типа.

10. Представление уровней временного ряда в виде:

$$y_t = u_t \cdot s_t \cdot \varepsilon_t,$$

где
u_t— тренд;
s_t— сезонная компонента;
ε_t— случайная компонента,
соответствует:
а) мультипликативной модели;
б) аддитивной модели;
в) модели смешанного типа.

11. Для описания периодических колебаний, имеющих период три месяца, используется:
    а) сезонная компонента;
    б) случайная компонента;
    в) трендовая компонента;
    г) циклическая компонента.

12. Для описания периодических колебаний, имеющих период пять лет, используется:
    а) сезонная компонента;
    б) случайная компонента;
    в) трендовая компонента;
    г) циклическая компонента.

13. Используя метод Фостера-Стюарта, проверьте гипотезу об отсутствии тенденции в изменении курса акции промышленной компании, если наблюдаемое значение критерия $t_{набл} = 4{,}5$; критическое значение $t_{кр} = 2{,}093$. Следовательно:
    а) гипотеза об отсутствии тенденции не отвергается;
    б) гипотеза об отсутствии тенденции отвергается;
    в) требуется использование более мощного критерия.

14. Представление уровней временного ряда в виде

$$y_t = u_t \cdot s_t + \varepsilon_t ,$$

где
u_t— тренд;
s_t— сезонная компонента;
ε_t— случайная компонента,
соответствует:
    а) мультипликативной модели;
    б) аддитивной модели;
    в) модели смешанного типа.

15. Если наблюдается устойчивая тенденция роста курса акций промышленной компании, то используется термин:
    а) бычий тренд;
    б) медвежий тренд;
    в) боковой тренд.

16. Если значения цепных абсолютных приростов временного ряда примерно одинаковы, то для вычисления прогнозного значения в следующей точке корректно использовать:
    а) средний абсолютный прирост;
    б) средний темп роста;
    в) средний темп прироста.

17. Ежеквартальная динамика процентной ставки банка в течение 5 кварталов представлена в таблице:

t	1	2	3	4	5
y_t	7,3	8	8,8	9,7	10,7

Для приведенных данных средний темп роста равен ... %. (Ответ — целое число).

18. Ежеквартальная динамика процентной ставки банка в течение 5 кварталов представлена в таблице:

t	1	2	3	4	5
y_t	7,3	8	8,8	9,7	10,7

Средний темп прироста равен ...%. (Ответ — целое число).

19. Ежеквартальная динамика процентной ставки банка в течение 5 кварталов представлена в таблице:

t	1	2	3	4	5
y_t	7,3	8	8,8	9,7	10,7

С помощью среднего темпа роста рассчитайте прогноз процентной ставки банка в 6 квартале. Прогноз равен ...%. (Точность ответа — один знак после запятой).

20. Ежеквартальная динамика процентной ставки банка в течение 5 кварталов представлена в таблице:

t	1	2	3	4	5
y_t	7,3	8	8,8	9,7	10,7

Рассчитайте прогноз процентной ставки банка в 7 квартале с помощью среднего темпа роста. Прогноз равен ...%. (Ответ — целое число).

21. Средний темп роста используется для вычисления прогнозного значения в следующей точке, если:
   а) цепные абсолютные приросты примерно одинаковы;
   б) цепные темпы роста примерно одинаковы;
   в) базисные абсолютные приросты примерно одинаковы.

22. Средний абсолютный прирост используется для вычисления прогнозного значения в следующей точке, если:
   а) цепные абсолютные приросты примерно одинаковы;
   б) цепные темпы роста примерно одинаковы;
   в) базисные абсолютные приросты примерно одинаковы.

23. Изменение жилищного фонда города происходило примерно с постоянным темпом роста в течение пяти лет (с 1999 г. по 2003 г.) Средний темп роста составил $\overline{T}$ =102,7%. Рассчитайте прогнозное значение жилищного фонда города в 2004 г. (время упреждения L = 1), если в 2003 г. он составил 2600 тыс. кв. м.
   Прогноз равен … тыс. кв. м. (Ответ — целое число).

24. Изменение жилищного фонда города происходило примерно с постоянным темпом роста в течение пяти лет (с 1997 г. по 2001 г.) Средний темп роста составил $\overline{T}$ =102,7%. Рассчитайте прогнозное значение жилищного фонда города в 2003 г. (время упреждения L = 2), если в 2001 году он составил 2600 тыс. кв. м.
   Прогноз равен … тыс. кв. м. (Ответ — целое число).

25. Характер развития показателя, представленного временным рядом с уровнями $y_1, y_2, \ldots, y_t, \ldots, y_n$, близок к линейному. Тогда прогноз на один шаг вперед с помощью среднего абсолютного прироста $\overline{\Delta y}$ может быть вычислен по формуле: $\hat{y}_{n+1} = \ldots$
   а) $y_n + \overline{\Delta y}$;

б) $y_n + \dfrac{\overline{\Delta y}}{2}$;

в) $y_n * \overline{\Delta y}$.

26. Характер развития показателя, представленного временным рядом с уровнями $y_1, y_2, \ldots, y_t, \ldots, y_n$, близок к линейному. Тогда прогноз на два шага вперед с помощью среднего абсолютного прироста $\overline{\Delta y}$ может быть вычислен по формуле: $\hat{y}_{n+2} = \ldots$

   а) $y_n * \overline{\Delta y}$;

   б) $y_n + 2\overline{\Delta y}$;

   в) $y_n - 2\overline{\Delta y}$.

27. Значения уровней временного ряда $y_1, y_2, \ldots, y_t, \ldots, y_n$ возрастают примерно с постоянным темпом роста. Тогда прогноз на один шаг вперед с помощью среднего темпа роста $\overline{T}$ ($\overline{T}$ — не в процентном выражении) может быть вычислен по формуле: $\hat{y}_{n+1} = \ldots$

   а) $y_n * \overline{T}$;

   б) $y_n + \overline{T}$;

   в) $y_n * \dfrac{\overline{T}}{2}$.

28. Значения уровней временного ряда $y_1, y_2, \ldots, y_t, \ldots, y_n$ возрастают примерно с постоянным темпом роста. Тогда прогноз на два шага вперед с помощью среднего темпа роста $\overline{T}$ ($\overline{T}$ — не в процентном выражении) может быть вычислен по формуле: $\hat{y}_{n+2} = \ldots$

   а) $y_n * \overline{T}^2$;

   б) $y_n + \overline{T}^2$;

   в) $y_n + 2\overline{T}$.

29. Для временного ряда квартальной динамики прибыли предприятия (с 1 квартала 2001 г. по 2 квартал 2002 г.) рассчитываются значения цепных абсолютных приростов. В результате расчетов будут определены значения:
   а) 5 цепных абсолютных приростов;
   б) 6 цепных абсолютных приростов;
   в) 4 цепных абсолютных приростов;
   г) 2 цепных абсолютных приростов.

30. В таблице представлены данные о вводе в действие жилых домов (млн. м^2)

Год / Показатель	1994	1995	1996	1997	1998
Общая площадь, млн. м^2	7,0	6,5	5,9	5,5	4,9

Можно утверждать, что в среднем ежегодно строительство жилья снижалось на:
   а) 8,53%;
   б) 18,53%;
   в) 3,5%;
   г) 1,3%.

Глава 2. Сглаживание временных рядов с помощью скользящих средних

1. При сглаживании временного ряда с помощью 7-членной скользящей средней теряются:
   а) первые и последние 3 уровня временного ряда;
   б) первые и последние 7 уровней временного ряда;
   в) только первые 3 уровня;
   г) только первые 7 уровней.

2. При использовании взвешенной скользящей средней весовые коэффициенты при сглаживании по полиному 2-го порядка будут такими же, как при сглаживании:
   а) по полиному 3-го порядка;
   б) по полиному 1-го порядка;
   в) по полиному 4-го порядка.

3. Данные об изменении урожайности озимой пшеницы за 10 лет представлены в таблице (ц/га):

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	16,3	21,2	18,1	8,7	16,3	17,3	20,9	15,4	19,7	21,7

   Сглаженное значение второго уровня ряда при использовании трехлетней скользящей средней равно ...
   (Точность ответа — один знак после запятой).

4. Данные об изменении урожайности озимой пшеницы за 10 лет представлены в таблице (ц/га):

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	16,3	21,2	18,1	8,7	16,3	17,3	20,9	15,4	19,7	21,7

   Сглаженное значение девятого уровня ряда при использовании трехлетней скользящей средней равно …
   (Точность ответа — один знак после запятой).

5. Данные об изменении урожайности озимой пшеницы за 10 лет представлены в таблице (ц/га):

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	16,3	21,2	18,1	8,7	16,3	17,3	20,9	15,4	19,7	21,7

   Произвести сглаживание по 5-членной взвешенной скользящей средней. Выравнивание проводить по полиному 2-го порядка.
   Сглаженное значение третьего уровня ряда равно ...
   (Точность ответа — 2 знака после запятой).

6. Данные об изменении урожайности озимой пшеницы за 10 лет представлены в таблице (ц/га):

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	16,3	21,2	18,1	8,7	16,3	17,3	20,9	15,4	19,7	21,7

   Произвести сглаживание по 5-членной взвешенной скользящей средней. Выравнивание проводить по полиному 2-го порядка.
   Сглаженное значение восьмого уровня ряда равно ...
   (Точность ответа — 2 знака после запятой).

7. Более гладкий временной ряд будет получен при сглаживании:
   а) по 5-членной скользящей средней;
   б) по 7-членной скользящей средней;
   в) по 11-членной скользящей средней.

8. При сглаживании временного ряда с помощью 11-членной скользящей средней теряются:
   а) первые и последние 5 уровней временного ряда;
   б) первые и последние 11 уровней временного ряда;
   в) только первые 5 уровней;
   г) только первые 11 уровней.

9. При использовании простой скользящей средней выравнивание на каждом активном участке производится по:
   а) полиному первого порядка;
   б) полиному второго порядка;
   в) показательной модели.

10. Данные об уровне безработицы за 10 месяцев представлены в таблице (%):

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	8,2	8,6	8,4	8,6	8,2	9,2	8,8	7,9	7,6	7,6

   Произвести сглаживание временного ряда, используя четырехчленную скользящую среднюю.
   Сглаженное значение третьего уровня ряда равно ...
   (Точность ответа — 1 знак после запятой).

11. Расчет 5-членной взвешенной скользящей средней на каждом активном участке сглаживания y_{t-2}, y_{t-1}, y_t, y_{t+1}, y_{t+2}, осуществляется по формуле:
   а) $\hat{y}_t = \frac{1}{35}(-3y_{t-2} + 12y_{t-1} + 17y_t + 12y_{t-1} - 3y_{t-2})$;
   б) $\hat{y}_t = \frac{1}{15}(12y_{t-2} - 3y_{t-1} + 17y_t - 3y_{t-1} + 12y_{t-2})$;
   в) $\hat{y}_t = \dfrac{y_{t-2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + y_{t+2}}{5}$.

12. Расчет 7-членной взвешенной скользящей средней на каждом активном участке сглаживания y_{t-3}, y_{t-2}, y_{t-1}, y_t, y_{t+1}, y_{t+2}, y_{t+3} осуществляется по формуле
   а) $\hat{y}_t = \dfrac{y_{t-3} + y_{t+3}}{2}$;
   б) $\hat{y}_t = \dfrac{\frac{1}{2}y_{t-3} + y_{t-2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + y_{t+2} + \frac{1}{2}y_{t+3}}{6}$;
   в) $\hat{y}_t = \frac{1}{21}(-2y_{t-3} + 3y_{t-2} + 6y_{t-1} + 7y_t + 6y_{t+1} + 3y_{t+2} - 2y_{t+3})$.

Глава 3. Прогнозирование развития с помощью моделей кривых роста

1. На основе годовых данных об изменении урожайности картофеля в регионе были оценены коэффициенты линейного тренда: $\hat{y}_t = 172{,}2 + 4{,}418t$.

   В соответствии с этой моделью среднегодовой прирост урожайности составляет:
   а) 4,418 [ц/га];
   б) 172,2 [ц/га];
   в) (172,2+4,418) [ц/га];
   г) (172,2-4,418) [ц/га].

2. Для описания экономических процессов «с насыщением» используются следующие виды кривых роста:
   а) прямая;
   б) полином третьего порядка;
   в) модифицированная экспонента;
   г) логарифмическая парабола.

3. Тенденция изменения численности промышленно-производственного персонала предприятия за 7 лет с 1995 г. по 2001 г. (t = 1, 2, …, 7) описывается показательной функцией: $\hat{y}_t = 231 \cdot 1{,}022^t$. Из этой модели следует, что среднегодовой темп роста численности составил:
   а) 102,2%;
   б) 231%;
   в) 22%;
   г) 2,2%.

4. Тенденция изменения численности промышленно-производственного персонала предприятия за 7 лет с 1995 г. по 2001 г. (t = 1, 2, …, 7) описывается показательной функцией: $\hat{y}_t = 231 \cdot 1{,}022^t$. Рассчитайте прогноз численности промышленно-производственного персонала в 2002 г.
   Прогноз равен ... чел.
   (Ответ — целое число).

5. Тенденция изменения численности промышленно-производственного персонала предприятия за 7 лет с 1995 г. по 2001 г. (t = 1, 2, …, 7) описывается показательной функцией: $\hat{y}_t = 231 \cdot 1{,}022^t$. Среднегодовой темп прироста численности составил:
   а) 2,2%;
   б) 31%;
   в) 22%;
   г) 12,2%.

6. К классу S-образных кривых относится:
   а) кривая Гомперца;
   б) полином третьего порядка;
   в) модифицированная экспонента;
   г) логарифмическая парабола.

7. Тенденция изменения численности промышленно-производственного персонала предприятия за 7 лет (с 1993 г. по 1999 г.) (t = 1, 2, …, 7) описывается показательной функцией: $y_t = 431 \cdot 1{,}019^t$.
   Из этой модели следует, что:
   а) наблюдается тенденция увеличения численности промышленно-производственного персонала предприятия;
   б) наблюдается тенденция уменьшения численности промышленно-производственного персонала предприятия;
   в) отсутствует тенденция в изменении показателя.

8. Тенденция изменения численности промышленно-производственного персонала предприятия за 7 лет (с 1993 г. по 1999 г.) (t = 1, 2, …, 7) описывается показательной функцией: $y_t = 431 \cdot 1{,}019^t$. Рассчитать прогноз численности промышленно-производственного персонала в 2000 г.
   Прогноз равен ... чел.
   (Ответ — целое число).

9. К классу S-образных кривых относится:
   а) логистическая кривая;
   б) полином второго порядка;
   в) модифицированная экспонента;
   г) логарифмическая парабола.

10. Для описания процессов «с насыщением» используются следующие кривые роста:
    а) полином первого порядка (линейная модель);
    б) полином второго порядка (параболическая модель);
    в) показательная или экспоненциальная кривая;
    г) модифицированная экспонента.

11. Для оценивания неизвестных коэффициентов полиномов используется:
    а) метод последовательных разностей;
    б) метод наименьших квадратов;
    в) метод характеристик приростов;
    г) метод моментов.

12. Метод последовательных разностей позволяет определить:
    а) порядок выравнивающего полинома;
    б) неизвестные коэффициенты параболической модели;
    в) неизвестные коэффициенты линейной модели.

13. Экспоненциальная модель может быть использована для моделирования:
    а) трендовой компоненты;
    б) циклической компоненты;
    в) сезонной компоненты;
    г) случайной компоненты.

14. Уравнение модифицированной экспоненты имеет вид:
    а) $y_t = a \cdot b^t$;
    б) $y_t = k + a \cdot b^t$;
    в) $\dfrac{1}{y_t} = k + a \cdot b^t$.

15. Уравнение логистической кривой может быть представлено в виде:
    а) $y_t = a \cdot b^t$;
    б) $y_t = k + a \cdot b^t$;
    в) $\dfrac{1}{y_t} = k + a \cdot b^t$.

16. Система нормальных уравнений для параболической модели содержит:
    а) три уравнения с тремя неизвестными;
    б) два уравнения с тремя неизвестными;
    в) два уравнения с двумя неизвестными.

17. После переноса начала координат в середину ряда динамики коэффициент a_0 линейной модели $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$ равен:
    а) $\dfrac{\sum y_t}{n}$;
    б) $\dfrac{\sum y_t t}{\sum t^2}$;
    в) $\dfrac{\sum y_t}{n} + \dfrac{\sum y_t t}{\sum t^2}$.

18. После переноса начала координат в середину ряда динамики коэффициент a_1 линейной модели $y_t = a_0 + a_1 t$ равен:
    а) $\dfrac{\sum y_t}{n}$;
    б) $\dfrac{\sum y_t t}{\sum t^2}$;
    в) $\dfrac{\sum y_t}{n} + \dfrac{\sum y_t t}{\sum t^2}$.

19. Для упрощения расчетов при построении полиномиальной модели, описывающей тенденцию изменения объемов продаж фирмы за 8 кварталов (t = 1, 2, …, 8), следует перенести начало координат в середину ряда динамики. В новой системе отсчета последнему уровню соответствует значение t, равное:
    а) 7;
    б) 5;
    в) 4.

20. На основе годовых данных об изменении численности занятых в народном хозяйстве России с 1990 г. по 1996 г. оценены коэффициенты линейного тренда: $\hat{y}_t = 70{,}5 - 1{,}615t$.
    В соответствии с этой моделью численность занятых в среднем ежегодно сокращалась:
    а) на 1,615 млн. чел. в год;
    б) на 1,615 млн. чел. в год;
    в) на (70,5-1,615) млн. чел. в год;
    г) на 70,5 млн. чел. в год.

Глава 4. Доверительные интервалы прогноза. Оценка адекватности и точности моделей

1. Критерий Дарбина-Уотсона служит для:
   а) проверки свойства случайности остаточной компоненты;
   б) проверки гипотезы о нормальном характере распределения ряда остатков;
   в) обнаружения автокорреляции в остатках.

2. С помощью выборочных характеристик асимметрии и эксцесса можно проверить:
   а) гипотезу о нормальном характере распределения ряда остатков;
   б) гипотезу о наличии автокорреляции в остатках;
   в) гипотезу о случайном характере ряда остатков.

3. Для прогнозирования временного ряда численности промышленно-производственного персонала предприятия выбрана модель вида $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$. Длина временного ряда $n = 20$. Значение критерия Дарбина-Уотсона для ряда остатков $d = 1,3$. При уровне значимости 0,05 можно считать, что:
   а) модель не адекватна исходным данным по этому критерию;
   б) модель адекватна исходным данным по этому критерию;
   в) нет достаточных оснований для принятия решения об адекватности модели.

4. Для обнаружения автокорреляции в остатках можно использовать:
   а) критерий Дарбина-Уотсона;
   б) критерий согласия Пирсона;
   в) выборочную характеристику асимметрии;
   г) выборочную характеристику эксцесса.

5. С увеличением периода упреждения доверительный интервал прогноза:
   а) становится шире;
   б) становится уже;
   в) остается неизменным.
6. Для временного ряда остатков e_t ($t = 1, 2, \dots, 18$) получены следующие значения:

$$\sum_{t=1}^{18} e_t^2 = 10500$$

$$\sum_{t=2}^{18} (e_t - e_{t-1})^2 = 19950$$

   Значение критерия Дарбина-Уотсона для ряда остатков равно …
   (Точность ответа — один знак после запятой).

7. Прогноз остатков вкладов населения в банках составил 47806 млн. руб., фактическое значение оказалось равным 45416 млн. руб.
   Модуль относительной ошибки прогноза равен:
   а) 5,3%;
   б) 15,8%;
   в) 23%.

8. Прогноз остатков вкладов населения в банках составил 47806 млн. руб., фактическое значение оказалось равным 45416 млн. руб. Модуль абсолютной ошибки прогноза равен:
   а) 2390;
   б) 190;
   в) 390.

9. Значение критерия Дарбина-Уотсона для временного ряда остатков e_1, e_1, …, e_n определяется выражением:
   а) $d = \dfrac{1}{\sum\limits_{t=1}^{n} e_t^2}$;
   б) $d = \sum\limits_{t=1}^{n} e_t^2$;
   в) $d = \dfrac{\sum\limits_{t=2}^{n} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum\limits_{t=1}^{n} e_t^2}$.

10. Критерий Дарбина-Уотсона связан с проверкой гипотезы об отсутствии автокорреляции:
   а) первого порядка;
   б) нулевого порядка;
   в) второго порядка.

11. Если расчетное значение критерия Дарбина-Уотсона d меньше нижнего табличного критического значения d_1, то:
   а) модель не адекватна реальному процессу по данному критерию;
   б) модель адекватна реальному процессу по данному критерию;
   в) нет достаточных оснований для принятия решения об адекватности модели.

12. Если расчетное значение критерия Дарбина-Уотсона d больше верхнего табличного критического значения d_2 , но меньше 2, то:
   а) модель не адекватна реальному процессу по данному критерию;
   б) модель адекватна реальному процессу по данному критерию;
   в) нет достаточных оснований для принятия решения об адекватности модели.

13. Если расчетное значение критерия Дарбина-Уотсона d принадлежит области $d_1 \le d \le d_2$ (d_1, d_2 — табличные критические значения), то:
   а) модель не адекватна реальному процессу по данному критерию;
   б) модель адекватна реальному процессу по данному критерию;
   в) нет достаточных оснований для принятия решения об адекватности модели.

14. Для обнаружения автокорреляции в остатках используется критерий …

15. Значение коэффициента автокорреляции первого порядка может быть равно:
   а) 4;
   б) 0,5;
   в) 2;
   г) –0,5.

16. Для временного ряда производства угля длиной n = 9 (t = 1, 2, ... ,9) оценены параметры модели $\hat{y}_t = 454 - 17{,}8t$ и дисперсия отклонений фактических значений от расчетных S_y^2 = 7,5 (млн. тонн)^2.
Ширина доверительного интервала прогноза в точке t = 10 (разница между верхней и нижней границей прогноза) ... млн. тонн
(Доверительную вероятность принять равной 0,9. Точность ответа — один знак после запятой).

17. Для временного ряда производства угля длиной n = 9 (t = 1, 2, ... ,9) оценены параметры модели $\hat{y}_t = 454 - 17{,}8t$ и дисперсия отклонений фактических значений от расчетных S_y^2 = 7,5 (млн. тонн)^2. Рассчитать интервальный прогноз производства угля в точке t = 11.
Нижняя граница прогноза равна … млн. тонн.
(Доверительную вероятность принять равной 0,9. Точность ответа — один знак после запятой).

18. Для временного ряда производства угля длиной n = 9 (t = 1, 2, ... ,9) оценены параметры модели $\hat{y}_t = 454 - 17{,}8t$ и дисперсия отклонений фактических значений от расчетных S_y^2 = 7,5 (млн. тонн)^2. Сравните ширину доверительных интервалов в точке t = 11 (период упреждения прогноза равен 2) и в точке t = 12 (период упреждения прогноза равен 3).
Выбрать правильный вариант ответа:
а) в точке t=11 доверительный интервал шире;
б) в точке t=12 доверительный интервал шире;
в) ширина доверительных интервалов одинакова.

18. В таблице 1 приведены квартальные данные об объемах перевозок грузов железнодорожным транспортом.

Таблица 1.

Объем перевозок грузов железнодорожным транспортом (млн. тонн)

t	1	2	3	4	5	6	7
y_t	267	267	258	262	253	257	263

В таблице 2 указаны прогнозные значения этого показателя $(\hat{y}_t)$, полученные по двум моделям.

Таблица 2.

Прогнозы объемов перевозок железнодорожным транспортом (млн. тонн)

t	$\hat{y}_t$	
	I модель	II модель
1	275	260
2	253	275
3	250	253
4	269	278
5	253	263
6	248	251
7	250	269

Сравните точность моделей на основе средней относительной ошибки по модулю. Сделайте вывод:
а) I модель более точная;
б) II модель более точная;
в) точность моделей одинакова.

Глава 5. Использование адаптивных методов в экономическом прогнозировании

1. К достоинствам адаптивных методов прогнозирования относятся:
а) возможность обрабатывать ряды с пропущенными значениями;
б) способность учитывать различную информационную ценность уровней временного ряда;
в) способность учитывать ошибку прогноза на предыдущем шаге.

2. Дисперсия экспоненциальной средней S_t:
а) больше дисперсии исходного временного ряда;
б) меньше дисперсии исходного временного ряда;
в) равна дисперсии исходного временного ряда.

3. Укажите, какой ряд носит более гладкий характер:
а) исходный ряд;
б) временной ряд после экспоненциального сглаживания при $\alpha = 0,5$;
в) временной ряд после экспоненциального сглаживания при $\alpha = 0,1$.

4). К временному ряду y_1, y_2, …, y_t, …, y_n применяется процедура экспоненциального сглаживания при значении параметра сглаживания $\alpha = 0,2$. Указать вес текущего уровня y_t при расчете экспоненциальной средней в момент времени t.
Вес текущего уровня y_t равен …

5. В модели экспоненциального сглаживания параметр адаптации α может быть равен:
а) –0,9;
б) 0,9;
в) 0,1;
г) 1,5.

6. Модель экспоненциального сглаживания определяется рекуррентной формулой:
а) $S_t = \alpha y_t + \beta S_{t-1}$;
б) $S_t = \alpha^2 y_t - \beta^2 S_{t-1}$;
в) $S_t = 2S_{t-1} + 3S_{t-2}$.

7. К временному ряду y_1, y_2, …, y_t, …, y_n применяется процедура экспоненциального сглаживания при различных значениях параметра адаптации α. Более гладкий временной ряд будет получен:
а) при $\alpha = 0,9$;
б) при $\alpha = 0,5$;
в) при $\alpha = 0,1$.

8. Модель Хольта-Уинтерса — это:
   а) модель с линейным характером тенденции и мультипликативной сезонностью;
   б) модель с линейным характером тенденции и аддитивной сезонностью;
   в) модель с экспоненциальным характером тенденции и мультипликативной сезонностью.

9. Рассчитайте экспоненциальную среднюю для временного ряда урожайности зерновых культур в 1986 г. В качестве начального значения экспоненциальной средней S_0 возьмите среднее значение из пяти первых уровней ряда, значение параметра адаптации $\alpha = 0{,}3$.

Урожайность зерновых культур (ц/га)

Год	t	y_t	Год	t	y_t
1986	1	17,5	1993	8	15,9
1987	2	15,0	1994	9	14,4
1988	3	18,5	1995	10	16,2
1989	4	14,2	1996	11	18,0
1990	5	14,9	1997	12	18,3
1991	6	12,6	1998	13	17,0
1992	7	15,2	1999	14	18,8

Значение экспоненциальной средней в в 1986 г. равно…..
(Точность — один знак после запятой).

10. В таблице представлены данные об урожайности зерновых культур.

Урожайность зерновых культур (ц/га)

Год	t	y_t	Год	t	y_t
1986	1	17,5	1993	8	15,9
1987	2	15,0	1994	9	14,4
1988	3	18,5	1995	10	16,2
1989	4	14,2	1996	11	18,0
1990	5	14,9	1997	12	18,3
1991	6	12,6	1998	13	17,0
1992	7	15,2	1999	14	18,8

Значение экспоненциальной средней в 1999 г. определяется выражением:
а) $S_{14} = \alpha y_{14} + \beta S_{13}$;
б) $S_{14} = \alpha^2 y_{12} - \beta^2 S_1$;
в) $S_{14} = 2S_{13} + 3S_{12}$.

Учебная программа

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ КУРСА, ЕГО МЕСТО В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Цель преподавания курса — дать студентам научное представление о методах социально-экономического прогнозирования, об их практическом применении на базе современных пакетов прикладных программ.

Задачи курса. После изучения курса студенты будут знать современные методы социально-экономического прогнозирования, приобретут навыки решения реальных задач, встречающихся в различных областях экономической практики на базе отечественных и зарубежных пакетов прикладных программ.

Связь с другими дисциплинами. Для изучения курса студентам необходимы знания теории вероятностей, математической статистики, общей теории статистики, высшей математики, основ экономико-математического моделирования. В свою очередь, курс является основой для ряда дисциплин, развивающих методы теории вероятностей и математической статистики.

Вся программа рассчитана на 66 часов лекций (2 часа/нед.) и 66 часов семинарских занятий (2 часа/нед.), включая семинарские занятия в компьютерных аудиториях с использованием современных пакетов прикладных программ. Студенты выполняют индивидуальные контрольные задания, сдают зачет и экзамен.

2. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

Тема 1. *Введение в анализ временных рядов.*

Предмет и содержание курса. Роль прогнозов в принятии научно-обоснованных управленческих решений. Возрастающее значение прогнозов в условиях рынка как основы предупреждающей информации для руководителей различных уровней. Расширение круга потребителей современных ППП по экономическому прогнозированию (правительственные организации, плановые, аналитические, маркетинговые отделы производственных и торговых корпораций, банков, страховых компаний и др.). Обзор современного программного обеспечения по прогнозированию.

Классификация прогнозов:

- по цели прогнозирования (понятия поисковых и нормативных прогнозов);
- в зависимости от объектов прогнозирования (выделение социальных и экономических прогнозов);
- по времени упреждения (понятия оперативных, краткосрочных, среднесрочных и долгосрочных прогнозов).

Классификация экономических прогнозов в зависимости от масштабности объектов прогнозирования (понятия глобальных прогнозов, прогнозов на макро-, мезо- и микроуровне).

Временные ряды и их предварительный анализ. Описательные характеристики динамики социально-экономических явлений.

Определение временного ряда, его отличие от случайной выборки из независимых наблюдений. Виды временных рядов.

Требования, предъявляемые к исходным временным рядам при прогнозировании. Этапы предварительного анализа временных рядов.

Описательные характеристики динамики социально-экономических явлений. Возможности использования среднего абсолютного прироста, среднего темпа роста (темпа прироста) как простейших приемов прогнозирования.

Компонентный состав временных рядов.

Компоненты временного ряда (трендовая составляющая, сезонная компонента, циклическая компонента, случайная компонента) и их особенности.

Аддитивная и мультипликативная модели временных рядов, модель смешанного типа. Анализ компонентного состава реальных временных рядов.

Проверка гипотезы о существовании тенденции.

Проверка “наличия-отсутствия» тренда во временных рядах с помощью:

- критерия серии, основанного на медиане выборки;
- критерия восходящих и нисходящих серий;
- метода Фостера-Стюарта;
- критерия, основанного на ранговой корреляции;
- метода проверки существенности разности средних.

Тема 2. *Сглаживание временных рядов с помощью скользящих средних..*

Скользящие средние (простые и взвешенные) и их использование для фильтрации компонент временного ряда. Вывод весовых коэффициентов при сглаживании ряда по полиномам второго и третьего порядка.

Краевые эффекты, методы восстановления недостающих уровней ряда.

Влияние процедуры выделения тренда методом скользящих средних на остальные компоненты. Эффект Слуцкого-Юла.

Применение скользящих средних в техническом анализе товарных и финансовых рынков. Использование скользящих средних для создания осцилляторов в техническом анализе. Комплексное использование осцилляторов различных типов.

Тема 3. *Прогнозирование развития с помощью моделей кривых роста..*

Аналитическое выравнивание динамических рядов с помощью кривых роста. Основные виды кривых роста.

Метод наименьших квадратов при оценивании параметров полиномов. Оценивание параметров экспоненциальной кривой и логарифмической параболы. Упрощенное оценивание параметров модифицированной экспоненты, кривой Гомперца и логистической кривой. Метод средних, метод трех сумм, метод трех точек. Использование метода наименьших квадратов для оценки параметров кривых, имеющих асимптоты.

Методы выбора кривых роста:

- метод последовательных разностей;
- метод характеристик приростов;
- визуальный анализ.

Тема 4. *Проверка адекватности и точности выбранных моделей прогнозирования.*

Анализ случайной компоненты для проверки адекватности выбранных моделей реальному процессу. Проверка наличия автокорреляции в остатках. Применение критерия Дарбина-Уотсона. Проверка на случайность остаточной компоненты, проверка нормальности распределения остаточной компоненты.

Характеристики точности моделей. Сравнительный анализ различных систем показателей точности и адекватности моделей, реализованных в ППП Олимп, Мезозавр, Statistica.

Определение доверительных интервалов прогнозов. Влияние периода упреждения и длины ряда на ширину доверительного интервала. Вывод выражений для доверительных интервалов полиномов невысоких степеней. Доверительные интервалы для трендов, приводимых к линейному виду.

Тема 5. *Статистический анализ и прогнозирование периодических колебаний.*

Методы выявления периодической составляющей во временных рядах.

Статистические методы оценки уровня сезонности.

Фильтрация периодической компоненты. Итерационные методы фильтрации. Сезонная декомпозиция и корректировка временных рядов. Аналитическое выравнивание периодической составляющей. Моделирование сезонных колебаний с помощью фиктивных переменных.

Спектральный анализ временных рядов. Классификация задач, решаемых спектральным анализом, и обзор практических приложений метода. Сравнительный анализ различных методов вычисления спектральных характеристик. Примеры практического использования спектрального анализа в экономических задачах.

Тема 6. *Использование адаптивных методов прогнозирования в экономических исследованиях.*

Введение в адаптивное прогнозирование. Преимущества адаптивных моделей при краткосрочном прогнозировании:

- способность моделей учитывать различную информационную ценность уровней ряда («старение» информации);
- возможность модели реагировать на степень расхождения прогнозных оценок с фактическими значениями.

Обобщенная схема построения адаптивных моделей.

Простейшие адаптивные модели и их свойства.

Экспоненциальное сглаживание. Начальные условия экспоненциального сглаживания и выбор постоянной сглаживания. Модификация экспоненциального сглаживания в методе Вейда.

Модели линейного роста:

- двухпараметрическая модель Ч.Хольта;
- модель Брауна;
- трехпараметрическая модель Бокса и Дженкинса.

Аппроксимация полиноминальных трендов с помощью многократного сглаживания. Адаптивные полиноминальные модели 0, 1, 2 порядков.

Модели с адаптивными параметрами адаптации. Следящий контрольный сигнал. Модель с адаптивными параметрами адаптации — модель Тригга-Лича. Адаптация параметра методом эволюции. Адаптация параметра методом эволюционного планирования.

Сезонные адаптивные модели.

Общая характеристика сезонных адаптивных моделей. Модель Уинтерса с мультипликативной сезонностью. Модель Хольта-Уинтерса с мультипликативной сезонностью и линейным ростом. Аддитивная модель сезонных явлений Тейла-Вейджа. Альтернативные виды адаптивных сезонных моделей

Тема 7. *Модели стационарных временных рядов и их идентификация.*

Стационарные временные ряды и их основные характеристики.

Модели авторегрессии p-го порядка для временного ряда (AR(p)-модели). Анализ моделей авторегрессии для случаев $p = 1$ (Марковский процесс) и $p = 2$ (процесс Юла).

Модели скользящего среднего порядка q (СС(q)-модели). Основные характеристики процесса СС(q). Анализ моделей скользящего среднего первого и второго порядка (СС(1) и СС(2) модели).

Авторегрессионные модели стационарных временных рядов со скользящими средними в остатках: определение, свойства, оценка параметров (модели АРСС(p,q) или ARMA(p,q)-модели). Процесс авторегрессии-скользящего среднего АРСС(1,1).

Методология Бокса-Дженкинса.

Модель авторегрессии-проинтегрированного скользящего среднего (модель Бокса-Дженкинса или АРПСС(p, d, q) — модель или ARIMA(p, d, q) — модель). Модели рядов, содержащих сезонную компоненту (модель Бокса-Дженкинса с сезонностью).

Общая схема анализа и прогнозирования временных рядов с полиномиальной неслучайной составляющей и со случайными остатками, представленными в виде модели авторегрессии и скользящего среднего; реализация этой схемы в ППП Мезозавр, Statistica, SPSS; назначение функции «Советник -Эксперт».

Тема 8. *Применение многофакторных моделей прогнозирования.*

Проблемы исследования взаимосвязей социально-экономических показателей. Основные концепции и предпосылки применения корреляционного и регрессионного анализа. Особенности методов многошагового регрессионного анализа при обработке временных рядов. Экономическая интерпретация результатов моделирования.

Методы объединения частных моделей развития.

Постановка задачи объединения прогнозов. Комбинированные модели гибридного и селективного типа. Критерии обобщения прогнозирующих моделей.

Метод Бэйтса-Гренджера и его обобщение для многомерной модели.

Объединение прогнозов на основе факторного анализа.

Преимущества использования и построения модели обобщающего прогноза.

3. ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003.
2. Дуброва Т.А., Бакуменко Л.П. и др. Анализ временных рядов и прогнозирование в системе «Statistica». — М.: МЭСИ, 2002.
3. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. — М.: МЭСИ, 2004.
4. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. — М.: Финансы и статистика, 2003.
5. Четыркин Е. Н. Статистические методы прогнозирования. — М.: Статистика, 1975.

Дополнительная литература

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. — М.: ЮНИТИ, 1998.
2. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. — М.: Мир, 1976.
3. Афанасьев В.Н., Юзбашев М.М. Анализ временных рядов и прогнозирование. — М.: Финансы и статистика, 2001.
4. Бокс Дж.,Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. — М.: Мир, 1974. — Вып. 1,2.

5. Боровиков В.П., Ивченко Г.И. Прогнозирование в системе STATISTICA® в среде Windows. Основы теории и интенсивная практика на компьютере. — М.: Финансы и статистика, 1999.
6. Боровиков Г.И. Statistica. Анализ и обработка данных в системе WINDOWS. — М.: Финансы и статистика, 1998.
7. Дуброва Т.А., Павлов Д.Э., Ткачев О.В. Корреляционно-регрессионный анализ в системе Statistica. Учебное пособие. МЭСИ,1999.
8. Кендэл М. Временные ряды. — М.: Финансы и статистика, 1981.
9. Кендалл М. Дж. Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. — М.: Наука, 1976.
10. Кильдишев Г. С., Френкель А. А. Анализ временных рядов и прогнозирование. — М.: Статистика, 1973.
11. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика / Под. ред. проф. Н.Ш. Кремера. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002.
12. Лугачев М.И. Ляпунцов Ю.П. Методы социального прогнозирования. — М.: Экономический факультет МГУ, ТЕИС, 1999.
13. Льюис К.Д. Методы прогнозирования экономических показателей. — М.: Финансы и статистика, 1986.
14. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс. — М.: Дело, 2000.
15. Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. — М.: Мир, 1982.
16. Половников В. А. Анализ и прогнозирование транспортной работы морского флота. - М.: Транспорт, 1983.
17. Практикум по эконометрике / И.И.Елисеева, С.В.Курышева, Н.М.Гордеенко и др.; Под ред. И.И.Елисеевой. — М.: Финансы и статистика, 2001.
18. Скучалина Л. Н., Крутова Т. А. Организация и ведение базы данных временных рядов. Система показателей, методы определения, оценки прогнозирования информационных процессов. — М.: ГКС РФ, 1995.
19. Статистическое моделирование и прогнозирование. Учебное пособие. (Под ред. А. Г. Гранберга). — М.: Финансы и статистика, 1990.
20. Уотшем Т.ДЖ., Паррамоу К. Количественные методы в финансах. / Пер. с англ., под. ред. М.Р. Ефимовой. — М.: Финансы, ЮНИТИ, 1999.
21. Френкель А. А. Прогнозирование производительности труда: методы и модели. — М.: Экономика, 1989.
22. Эконометрика / Под ред. И.И.Елисеевой. — М.: Финансы и статистика, 2001.
23. Экономико-математические методы и прикладные модели. (Под ред. В.В. Федосеева). М.: ЮНИТИ, 1999.
24. Greene W.H. Econometric Analysis, 4th ed., Prentice Hall, 1999.
25. Pindyck R. S., Rubinfeld D. L. Econometric models. Economic forecasts, 4th ed., McGraw-Hill, 1998.

Руководство по изучению дисциплины

1. Сведения об авторах

Дуброва Татьяна Абрамовна — доктор экономических наук, профессор кафедры математической статистики и эконометрики МЭСИ.

Читает курсы лекций и проводит компьютерные и аудиторные занятия по статистическим методам прогнозирования в экономике, по теории вероятностей и математической статистике, по многомерному статистическому анализу, по эконометрике.

Автор более 90 научных и учебно-методических работ, включая более 25 учебников, учебных пособий и учебно-методических разработок.

Область научных интересов — методы прикладной статистики и эконометрического моделирования. Специализируется в применении статистических методов прогнозирования в экономике.

Архипова Марина Юрьевна — кандидат экономических наук, доцент кафедры математической статистики и эконометрики, в. н. с. Российского института экономики, политики и права в научно-технической сфере.

Читает курсы лекций и проводит компьютерные и аудиторные занятия по следующим курсам: статистические методы прогнозирования в экономике, теория вероятностей и математическая статистика, эконометрика.

За последние пять лет Архиповой М.Ю. написано около 20 научных и учебно-методических работ, включая учебные пособия и учебно-методические разработки.

Область научных интересов — методы прикладной статистики и эконометрического моделирования, а также экономико-статистический анализ научно-технологического развития России.

2. Цели, задачи изучения, сфера профессионального применения

Цель преподавания курса — дать студентам научное представление о статистических методах прогнозирования, об их практическом применении на базе современных пакетов прикладных программ при решении социально-экономических задач.

Задачи курса

После изучения курса студенты будут знать современные статистические методы прогнозирования, приобретут навыки решения реальных задач, встречающихся в различных областях экономической практики на базе отечественных и зарубежных пакетов прикладных программ (Олимп, Мезозавр, Statistica, SPSS и др.).

3. Необходимый объем знаний для изучения курса

Для изучения курса «Статистические методы прогнозирования в экономике» студентам необходимо знание основ:

— теории статистики, в которой сформулированы общие методы и принципы определения количественных характеристик массовых процессов и явлений;
— экономической статистики, дающей представление о направлениях развития экономики, о темпах роста цен и занятости, о тенденциях развития и эффективности использования ресурсов в отдельных отраслях и секторах экономики;

— теории вероятностей и математической статистики, определяющих генеральную и выборочную совокупность, вариационные ряды и их характеристики; дающих возможность проводить статистическое оценивание параметров и проверку гипотез; использовать методы корреляционно-регрессионного анализа для оценки взаимосвязи между зависимой переменной и группой, влияющих на нее показателей.

В свою очередь данный курс является основой для ряда дисциплин, развивающих методы теории вероятностей и математической статистики.

4. Основная информация о курсе и его структура

Курс включает в себя изучение следующих тем:

Тема 1. Введение в анализ временных рядов.
Тема 2. Сглаживание временных рядов с помощью скользящих средних.
Тема 3. Прогнозирование развития с помощью моделей кривых роста.
Тема 4. Проверка адекватности и точности выбранных моделей прогнозирования.
Тема 5. Статистический анализ и прогнозирование периодических колебаний.
Тема 6. Использование адаптивных методов прогнозирования в экономических исследованиях.
Тема 7. Модели стационарных временных рядов и их идентификация. Методология Бокса-Дженкинса.
Тема 8. Применение многофакторных моделей прогнозирования.

Курс изучается в форме лекций и практических занятий.

Практические занятия проводятся как в аудитории, так и в компьютерных классах. Цель компьютерных занятий - овладение методами анализа и обработки данных с использованием пакетов прикладных программ; решение конкретных задач, взятых из экономической практики. Рекомендуемые программные средства и пакеты прикладных программ: EXCEL, OLIMP, MESOSAUR, STATISTICA, SPSS.

После прохождения каждой темы студентами выполняется соответствующая лабораторная работа - индивидуальное компьютерное исследование, завершающееся защитой отчета. Также предусмотрены тестирование и самостоятельная подготовка студентов. В конце семестра студенты сдают зачет (экзамен); для ряда специальностей предусмотрено написание курсовой работы.

Тема 1. Введение в анализ временных рядов

Предмет и содержание курса

Изучение данной темы раскрывает студентам предмет и содержание курса, роль прогнозов в принятии научно-обоснованных управленческих решений, показывает возрастающее значение прогнозов в условиях рынка как основы предупреждающей информации для руководителей различных уровней, а также необходимость использования информационных технологий на базе персональных ЭВМ в практических исследованиях.

Дается обзор современных ППП по статистическому прогнозированию, обсуждаются достоинства, преимущества отдельных статистических систем обработки данных.

Подчеркивается расширение круга потребителей современных ППП по экономическому прогнозированию (правительственные организации, плановые и аналитические отделы, отделы маркетинга и менеджмента производственных и торговых корпораций, банков, страховых компаний).

Изучение этой темы должно подготовить студентов к пониманию следующих тем данного курса.

Классификация прогнозов

Подробно обсуждается классификация экономических прогнозов в зависимости от:

- Цели прогнозирования (выделение нормативных и поисковых прогнозов);
- Времени упреждения (понятия оперативных, краткосрочных, среднесрочных и долгосрочных прогнозов);
- Масштабности объектов прогнозирования (понятие глобальных прогнозов, прогнозов на макро-, мезо- и микроуровне).

Временные ряды и их предварительный анализ

При изучении данной темы следует сконцентрировать внимание на определении понятия временного ряда, его отличии от случайной выборки из независимых наблюдений, на требованиях, предъявляемых к исходным временным рядам при прогнозировании. Также необходимо усвоить этапы предварительного анализа временных рядов.

Временным рядом называется ряд наблюдений за значениями некоторого показателя (признака), упорядоченный в хронологической последовательности, т.е. в порядке возрастания временного параметра t. Отдельные наблюдения временного ряда называются уровнями этого ряда.

Процесс прогнозирования экономических временных рядов базируется на выявлении закономерностей, объясняющих динамику процесса в прошлом, и использовании этих закономерностей для описания развития в будущем.

Целесообразно вспомнить определения моментных, интервальных, производных временных рядов, введенные в курсе общей теории статистики.

При изучении данного раздела нужно сосредоточить внимание на требованиях, предъявляемых к исходным временным рядам при прогнозировании (таких, как сопоставимость уровней ряда, полнота, однородность, достоверность информации и др.).

Описательные характеристики динамики социально-экономических явлений

Для успешного изучения и анализа социально-экономических процессов и явлений во времени необходимо понять значение и условия применения показателей, характеризующих изменение рядов динамики: абсолютного прироста, темпа роста и темпа прироста, а также обобщающих показателей — среднего уровня, среднего абсолютного прироста, среднего темпа роста и среднего темпа прироста.

Также следует рассмотреть простейшие приемы прогнозирования, использующие обобщающие показатели динамики.

Компонентный состав временных рядов

Данный раздел знакомит студентов с компонентами временного ряда (трендовой составляющей, сезонной компонентой, циклической компонентой и случайной компонентой), их особенностями, понятиями аддитивной, мультипликативной и смешанной модели. В рамках данной темы студенты также овладевают навыками проверки гипотезы о существовании тенденции. Изучение данной темы базируется на знании раздела математической статистики, связанного с проверкой статистических гипотез.

Наряду с долговременной тенденцией (трендом) во временных рядах существуют более или менее регулярные колебания. Если эти колебания носят строго периодический характер или близки к нему, и при этом период колебания не превышает 1 года, то их называют сезонными колебаниями и им соответствует сезонная компонента. Основной причиной сезонных колебаний являются природно-климатические условия.

Если период колебаний более года, то такие колебания называются циклическими и им соответствует циклическая компонента.

Случайная компонента представляет собой составную часть временных рядов, остающуюся после выделения из него тренда и периодических составляющих. Причиной существования случайной компоненты является стохастический характер экономических процессов. Особое внимание следует обратить на свойства случайной компоненты.

Если временной ряд представлен в виде суммы соответствующих компонент, то модель носит название аддитивной, если в виде произведения — мультипликативной. Также может быть выделена модель смешанного типа, в которой компоненты соединяются как знаком сложения, так и умножения.

Часто характер сезонности (аддитивный или мультипликативный) может быть определен уже на стадии проведения графического анализа.

Проверка гипотезы о существовании тенденции

При анализе реальных данных не всегда четко прослеживается присутствие трендовой составляющей. В этом случае, прежде чем перейти к определению тенденции и выделению тренда, нужно выяснить, существует ли вообще тенденция в исследуемом процессе. Основные подходы к решению этой задачи основаны на статистической проверке гипотез. Поэтому при изучении данной темы необходимо сосредоточить внимание на методах, позволяющих на этапе предварительного анализа проверить гипотезу об отсутствии (наличии) тенденции в данном временном ряду.

Знания, умения, навыки по теме 1.

Изучив тему 1, студент должен знать:

- Роль прогнозов в принятии научно-обоснованных управленческих решений.
- Современное программное обеспечение по прогнозированию.
- Основные методологические принципы классификации экономических прогнозов.
- Понятие временного ряда, его отличие от случайной выборки из независимых наблюдений.
- Виды временных рядов.
- Требования, предъявляемые к временным рядам при прогнозировании.
- Этапы предварительного анализа временных рядов.
- Описательные характеристики динамики социально-экономических явлений.
- Компоненты временного ряда и их основные характеристики.
- Понятия аддитивных, мультипликативных, смешанных моделей временных рядов.
- Методы проверки гипотезы о существовании тенденции.

Изучив тему 1, студент должен уметь:

- ✓ Видеть возможности использования статистических методов прогнозирования в профессиональной деятельности.
- ✓ Проводить классификацию конкретных задач прогнозирования социально-экономических процессов в зависимости от цели, времени упреждения, масштабности объекта прогнозирования.
- ✓ Ориентироваться в современном программном обеспечении по прогнозированию.
- ✓ Своевременно выявлять и устранять несопоставимость уровней временного ряда, неоднородность информации.
- ✓ Использовать простейшие приемы прогнозирования, опирающиеся на средний абсолютный прирост, средний темп роста (темп прироста) при решении экономических задач.
- ✓ Применять статистические пакеты для расчета описательных характеристик динамики социально-экономических процессов.
- ✓ Проводить первичный анализ компонентного состава временного ряда.
- ✓ Использовать различные методы проверки гипотезы о существовании тенденции при решении конкретных задач.
- ✓ Определять характер сезонности (аддитивный или мультипликативный) на основе графического анализа данных.

Ссылки на учебный материал

1. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. — М.:.ЮНИТИ-ДАНА, 2003.
2. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования в экономике. МЭСИ (МВБШ).- М.,1999.
3. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. УПП., МЭСИ-М., 2004.
4. Статистическое моделирование и прогнозирование. Учебное пособие. (Под ред. А. Г. Гранберга). М., «Финансы и статистика», 1990.
5. Экономико-математические методы и прикладные модели. (Под ред. В.В. Федосеева). М., «Юнити», 1999.

6. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. М., «Мир», 1976.
7. Кендэл М. Временные ряды. М., «Финансы и статистика», 1981.
8. Кильдишев Г. С., Френкель А. А. Анализ временных рядов и прогнозирование. М., «Статистика», 1973.
9. Лугачев М.И., Ляпунцов Ю.П. Методы социально-экономического прогнозирования. - М., Экономический факультет МГУ, ТЕИС,1999.
10. Четыркин Е. Н. Статистические методы прогнозирования. М., «Статистика», 1975.
11. Боровиков В.П. , Ивченко Г.И. Прогнозирование в системе Statistica в среде Windows. М., «Финансы и статистика», 1999.
12. Афанасьев В.Н., Юзбашев М.М. Анализ временных рядов и прогнозирование. М.: Финансы и статистика, 2001.

Интернет-ресурсы:

1. http://www.bizcom.ru/analisys/1999-02/02.html
2. http://istu.edu.ru/istu/biblioteka/announce/recent/nov/math.htm
3. http://www.shpargalka.ru/statis.ru/doc/shpr_e31.htm
4. http://www.econ.msu.ru/kaf/DEI/books/prognoz/lec10.html
5. http://ns.econ.msu.ru/dei/books/prognoz/lec10.html
6. 3http://soc- gw.univ.kiev.ua/EDUCAT/BASIC/MMPS/LABS/LOGREG.HTM
7. http://www.nsu.ru/ef/tsy/ecmr/some_mle/contents.htm

Задания для самооценки

Выполните задания и ответьте на вопросы:

- Какие Вы знаете виды временных рядов?
- Перечислите требования, предъявляемые к временным рядам при прогнозировании.
- Назовите этапы предварительного анализа временных рядов.
- В каких случаях правомерно использовать средние абсолютные приросты, средние темпы роста (темпы прироста) для описания и прогнозирования динамики социально-экономических процессов?
- Какова роль статистического прогнозирования в принятии управленческих решений?
- Приведите примеры задач прогнозирования социально-экономических процессов на мезоуровне (микроуровне, макроуровне).
- Назовите области экономических наук, в которых используются статистические методы прогнозирования.
- Дайте определения оперативных и краткосрочных прогнозов.
- Приведите примеры задач среднесрочного прогнозирования.
- Что представляют собой трендовая, сезонная, циклическая и случайная компоненты, в чем их отличие?
- Что представляет собой аддитивная модель временного ряда?
- В чем отличие сезонной компоненты от циклической? Что у них общего?
- Что представляет собой мультипликативная модель временного ряда?
- Что представляет собой смешанная модель временного ряда?
- Какие Вы знаете методы проверки гипотезы о существовании тенденции?

План практических занятий по теме 1

Занятие 1
Тема: Обзор программного обеспечения по прогнозированию.
Решение задач.

Занятие 2
Тема: Расчет описательных характеристик динамики социально - экономических процессов.
Решение задач по применению среднего абсолютного прироста, среднего темпа роста (среднего темпа прироста) для описания и прогнозирования динамики социально-экономических процессов.

Занятие 3
Тема: Компоненты временного ряда и их особенности. Модели временных рядов (аддитивная, мультипликативная, смешанная).
Решение задач.

Занятие 4
Тема: Метода проверки гипотезы о существовании тенденции.
Решение задач.

Тема 2. Сглаживание временных рядов с помощью скользящих средних

Алгоритмический подход к выделению тренда

При изучении данной темы следует сконцентрировать внимание на методах сглаживания временных рядов, понять их суть, разобраться в особенностях применения, преимуществах и недостатках, а также методах восстановления недостающих уровней ряда.

Интересным практическим использованием скользящих средних является их применение в техническом анализе товарных и финансовых рынков. Следует рассмотреть использование скользящих средних для создания осцилляторов в техническом анализе, а также остановиться на комплексном применении осцилляторов различных типов.

Сглаживание временных рядов

В данном разделе студенты знакомятся с методами сглаживания временных рядов с помощью простой и взвешенной скользящей средней, их использованием для фильтрации компонент временного ряда. Особое внимание уделяется отличию простых скользящих средних от взвешенных, выводу весовых коэффициентов для взвешенных скользящих средних.

Рассматривается влияние процедуры выделения тренда методом скользящих средних на остальные компоненты (эффект Слуцкого-Юла).

Также в рамках данной темы изучаются краевые эффекты и методы восстановления недостающих уровней временного ряда.

Примеры использования методов сглаживания временных рядов

В данном разделе рассматриваются различные примеры применения скользящих средних, в том числе в техническом анализе товарных и финансовых рынков; использование скользящих средних для создания осцилляторов в техническом анализе, а также комплексное использование осцилляторов различных типов.

<u>Знания, умения, навыки по теме 2</u>

Изучив тему 2, студент должен знать:

- Метод простой скользящей средней.
- Метод взвешенной скользящей средней.
- Отличие метода простой скользящей средней от метода взвешенной скользящей средней.
- Методы восстановления недостающих уровней ряда.
- Вывод весовых коэффициентов при сглаживании ряда по полиномам второго и третьего порядка.
- Влияние процедуры выделения тренда методом скользящих средних на остальные компоненты.

Изучив тему 2, студент должен уметь:

✓ Использовать скользящие средние для фильтрации компонент временного ряда;
✓ Применять скользящие средние в техническом анализе товарных и финансовых рынков;
✓ Использовать статистические пакеты для реализации процедур скользящих средних.

Ссылки на учебный материал

1. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003.
2. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. УПП, МЭСИ-М., 2004.
3. Статистическое моделирование и прогнозирование. Учебное пособие. (Под ред. А. Г. Гранберга). М., «Финансы и статистика», 1990.
4. Экономико-математические методы и прикладные модели. (Под ред. В.В. Федосеева). М., «Юнити», 1999.
5. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. М., «Мир», 1976.
6. Боровиков В.П. , Ивченко Г.И. Прогнозирование в системе Statistica в среде Windows. М., «Финансы и статистика», 1999.
7. Кендэл М. Временные ряды. М., «Финансы и статистика», 1981.
8. Кильдишев Г. С., Френкель А. А. Анализ временных рядов и прогнозирование. М., «Статистика», 1973.
9. Лугачев М.И., Ляпунцов Ю.П. Методы социально-экономического прогнозирования. — М., Экономический факультет МГУ, ТЕИС,1999.
10. Скучалина Л. Н., Крутова Т. А. Организация и ведение базы данных временных рядов. Система показателей, методы определения, оценки прогнозирования информационных процессов. ГКС РФ, М., 1995.
11. Четыркин Е. Н. Статистические методы прогнозирования. М., «Статистика», 1975.
12. Френкель А. А. Прогнозирование производительности труда: методы и модели. М., «Экономика», 1989.

Интернет-ресурсы:

1. http://www.doktor.ru/doctor/biometr/sp/contents4.htm
2. http://www.kgtu.runnet.ru/WD/TUTOR/textbook/modules/stnonlin.html
3. http://dsmu.donetsk.ua/~statbook/modules/stnonlin.html
4. http://softline.perm.ru/statistica/www-page_STATISTICA_for_Windows.html
5. http://eco.rea.ru/LSpace/EconTh.nsf/136acc8cc4a429f5c325654d004b4fc2
6. http://lanserv2.kemsu.ru/departs/matekon/Chapter4/par4_4.html
7. http://www.dvgu.ru/pin/math/for_students/eco/node4.html
8. http://www.hse.ru/rectorat/grebnev/economics/glava13.htm
9. http://ecfor.rssi.ru/0497_r_k.htm
10. http://www.socionet.ru:8100/RuPEc/data/Articles/rusrssicf4_1997article4.html -
11. http://www.mstu.edu.ru/publish/conf/section5/section5_7.html

Задания для самооценки

Выполните задания и ответьте на вопросы:

- Назовите методы, используемые для сглаживания временных рядов.
- Как можно восстановить недостающие уровни временного ряда при использовании простых скользящих средних?
- Как можно восстановить недостающие уровни временного ряда при использовании взвешенных скользящих средних?
- В чем суть эффекта Слуцкого-Юла?
- Сколько уровней теряется при использовании скользящей средней с длиной активного участка равной 11?

План практических занятий по теме 2

Занятие 1
Алгоритмы сглаживания временных рядов с помощью процедур скользящих средних.
Решение задач.

Занятие 2
Реализация процедур скользящих средних в современных ППП.
Решение задач.

Тема 3. Прогнозирование развития с помощью моделей кривых роста

Данная тема знакомит студентов с понятием кривых роста. Основное внимание при изучении данной темы необходимо уделить основным видам кривых роста, методам оценивания их коэффициентов, а также существующим подходам к выбору вида модели.

Выравнивание временных рядов с помощью кривых роста

На практике для описания тенденции развития явления широко используются модели кривых роста, представляющие собой различные функции времени $y = f(t)$. При таком подходе изменение исследуемого показателя связывают лишь с течением времени, считается, что влияние других факторов несущественно или косвенно сказывается через фактор времени.

Правильно выбранная модель кривой роста должна соответствовать характеру изменения тенденции исследуемого явления. Кривая роста позволяет получить выравненные или теоретические значения уровней динамического ряда. Это те уровни, которые наблюдались бы в случае полного совпадения динамики явления с кривой.

Прогнозирование на основе модели кривой роста базируется на экстраполяции, то есть на продлении в будущее тенденции, наблюдавшейся в прошлом.

При этом предполагается, что во временном ряду присутствует тренд, характер развития показателя обладает свойством инерционности, сложившаяся тенденция не должна претерпевать существенных изменений в течение периода упреждения.

В настоящее время в литературе описано несколько десятков кривых роста. Эти модели условно могут быть разделены на три класса в зависимости от того, какой тип динамики развития они хорошо описывают.

К I типу относятся функции, используемые для описания процессов с монотонным характером развития и отсутствием пределов роста. Ко II классу относятся кривые, описывающие процесс, который имеет предел роста в исследуемом периоде. Функции, относящиеся ко II классу, называются кривыми насыщения. Если кривые насыщения имеют точки перегиба, то они относятся к III типу кривых роста - к S-образным кривым. Следует подробно разобрать наиболее часто используемые на практике модели, относящиеся к каждому классу кривых роста.

Методы оценивания параметров кривых роста

Изучение данной темы основывается на знании студентами метода наименьших квадратов, используемого для оценивания параметров полиномов и ряда других моделей, для оценивания параметров кривых, имеющих асимптоты. Следует также уделить внимание упрощенным методам оценивания параметров модифицированной экспоненты, кривой Гомперца, логистической кривой (методу средних, методу трех сумм и методу трех точек).

При выборе вида кривых роста следует обсудить метод последовательных разностей, метод характеристик приростов, возможности визуального анализа.

Знания, умения, навыки по теме 3

Изучив тему 3, студенты должны знать:

- Различные виды (классы) моделей кривых роста и их основные характеристики.
- Методы оценивания параметров в моделях кривых роста.
- В чем заключается суть метода средних, метода трех сумм и метода трех точек.
- Методы выбора кривых роста.

Изучив тему 3, студенты должны уметь:

- ✓ Рассчитывать параметры (коэффициенты) моделей кривых роста.
- ✓ Применять метод наименьших квадратов при оценивании параметров полиномов, экспоненциальной кривой и логарифмической параболы.
- ✓ Упрощенно оценивать параметры модифицированной экспоненты, кривой Гомперца и логистической кривой.
- ✓ Использовать метод средних, метод трех сумм и метод трех точек.
- ✓ Применять в своей практической деятельности модели кривых роста.
- ✓ Использовать современные ППП для прогнозирования социально-экономических процессов с помощью моделей кривых роста.

Ссылки на учебный материал

1. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. — М.:.ЮНИТИ-ДАНА, 2003.
2. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. УПП, МЭСИ-М., 2004.
3. Статистическое моделирование и прогнозирование. Учебное пособие. (Под ред. А. Г. Гранберга). М., «Финансы и статистика», 1990.
4. Экономико-математические методы и прикладные модели. (Под ред. В.В. Федосеева). М., «Юнити», 1999.
5. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. М., «Мир», 1976.
6. Айвазян С.А., Мхитарян B.C. Прикладная статистика и основы эконометрики. М., «Юнити», 1998.
7. Кендэл М. Временные ряды. М., «Финансы и статистика», 1981.
8. Кильдишев Г. С., Френкель А. А. Анализ временных рядов и прогнозирование. М., «Статистика», 1973.
9. Лугачев М.И., Ляпунцов Ю.П. Методы социально-экономического прогнозирования. — М., Экономический факультет МГУ, ТЕИС,1999.
10. Половников В. А. Анализ и прогнозирование транспортной работы морского флота. М., «Транспорт», 1983.
11. Четыркин Е. Н. Статистические методы прогнозирования. М., «Статистика», 1975.
12. Френкель А. А. Прогнозирование производительности труда: методы и модели. М., «Экономика», 1989.

План практических занятий по теме 3

Занятие 1

Тема: существующие подходы к выбору кривых роста. Методы оценивания коэффициентов кривых роста.

Решение задач.

Занятия 2-3.

Тема: Применение моделей кривых роста для прогнозирования социально-экономических процессов.

Занятия проходят в компьютерных аудиториях. Решение практических задач прогнозирования на базе современных ППП.

Задания для самооценки

Выполните задания и ответьте на вопросы:

- Почему возникла необходимость изучения данной темы?
- Какие Вы знаете классы моделей кривых роста?
- Как можно оценить параметры полиномов?
- В чем заключается суть метода последовательных разностей?
- Приведите примеры S-образных кривых.
- Приведите примеры кривых насыщения.

Тема 4. Проверка адекватности и точности выбранных моделей прогнозирования

При исследовании правильности выбора той или иной математической модели относительно изучаемого экономического объекта следует обратить особое внимание на характеристики адекватности и точности полученной модели. Именно эти характеристики являются определяющими при выборе той или иной прогностической модели, т.к. на практике не может быть точного совпадения выбранной модели с реальным процессом.

Понятие точности и адекватности прогностических моделей

При изучении данной темы рассматриваются такие вопросы как:
- характеристики точности моделей;
- анализ остаточной компоненты для проверки адекватности выбранных моделей реальному процессу;
- проверка наличия автокорреляции в остатках;
- применение критерия Дарбина-Уотсона;
- проверка нормальности распределения остаточной компоненты.

Определение доверительных интервалов прогнозов

При изучении данной темы необходимо обратить внимание на влияние периода упреждения и длины ряда на ширину доверительного интервала, вывод выражений для доверительных интервалов полиномов невысоких степеней, а также доверительных интервалов для трендов, приводимых к линейному виду.

Знания, умения, навыки по теме 4

Изучив тему 4, студент должен знать:
- Характеристики точности моделей.
- Как проводить анализ случайной компоненты для проверки адекватности выбранных моделей реальному процессу.
- Как проверить наличие автокорреляции в остатках.
- Критерий Дарбина-Уотсона.
- Что такое доверительный интервал прогноза.
- Как влияет период упреждения и длина ряда на ширину доверительного интервала.
- Вывод выражений для доверительных интервалов полиномов невысоких степеней.

Изучив тему 4, студент должен уметь:
- ✓ Проводить анализ случайной компоненты для проверки адекватности выбранных моделей.
- ✓ Проверять наличие автокорреляции в остатках.
- ✓ Использовать критерий Дарбина-Уотсона.
- ✓ Проверять нормальность распределения остаточной компоненты.
- ✓ Выводить выражения для доверительных интервалов полиномов невысоких степеней.
- ✓ Использовать статистические пакеты для решения поставленных задач.

Ссылки на учебный материал

1. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования в экономике. МЭСИ (МВБШ). — М.,1999.
2. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. УПП, МЭСИ-М., 2004.

3. Статистическое моделирование и прогнозирование. Учебное пособие. (Под ред. А. Г. Гранберга). М., «Финансы и статистика», 1990.
4. Экономико-математические методы и прикладные модели. (Под ред. В.В. Федосеева). М., «Юнити», 1999.
5. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. М., «Мир», 1976.
6. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М., «Юнити», 1998.
7. Кендэл М. Временные ряды. М., «Финансы и статистика», 1981.
8. Кильдишев Г. С., Френкель А. А. Анализ временных рядов и прогнозирование. М., «Статистика», 1973.
9. Лугачев М.И., Ляпунцов Ю.П. Методы социально-экономического прогнозирования. — М., Экономический факультет МГУ, ТЕИС,1999.
10. Половников В. А. Анализ и прогнозирование транспортной работы морского флота. М., «Транспорт», 1983.
11. Четыркин Е. Н. Статистические методы прогнозирования. М., «Статистика», 1975.
12. Льюис К.Д. Методы прогнозирования экономических показателей. «Финансы и статистика», 1986.

Интернет-ресурсы:

1. http://www.infosport.ru/press/tpfk/1997N7/p31-37.htm
2. http://strategy.narod.ru/avtorev/statdem.htm
3. http://www.ocnit.tsu.tula.ru/ecology/Book/ecology_book.html
4. http://www.sbcinfo.ru/articles/7th_1999conf/2_30.htm
5. http://www.lenexpo.spb.ru/ex-wc/seminar_SPIIRAN/kos_w97.htm
6. http://www.setri.spb.ru/rus/conference/i_09.html

Задания для самооценки

Выполните задания и ответьте на вопросы:

- Для чего необходимо проводить проверку модели на адекватность реальному процессу и оценивать ее точность?
- Как проверить наличие автокорреляции в остатках?
- Какие Вы знаете характеристики точности моделей?
- Как оценивать доверительные интервалы прогнозов, полученных по полиномам первого и второго порядка?

План практических занятий по теме 4

Занятие 1.
Тема: Проверка точности и адекватности построенных моделей.
Решение задач.

Занятие 2.
Тема: Построение доверительных интервалов прогнозов.
Решение задач.
Практические занятия проходят в компьютерных классах и посвящены проверке полученных моделей на адекватность изучаемому процессу, оцениванию их точности с использованием пакетов программ STATISTICA и SPSS.

Тема 5. Статистический анализ и прогнозирование периодических колебаний

Изучение данной темы базируется на понимании студентами сезонности и периодичности экономических процессов. В теме рассматриваются различные математические методы, позволяющие выявлять наличие периодической составляющей во временном ряду, оценивать уровень сезонности, осуществлять фильтрацию периодических составляющих и их моделирование.

Методы выявления периодических составляющих во временном ряду

В рамках данной темы рассматриваются различные методы выявления периодической составляющей во временном ряду (критерий пиков и ям, дисперсионный и гармонический критерий и др.).

Также следует рассмотреть возможности выявления и исследования периодических колебаний с помощью спектрального анализа, целесообразно провести сравнительный анализ методов вычисления спектральных характеристик.

Методы моделирования и прогнозирования тренд-сезонных процессов

Следует рассмотреть понятия индексов сезонности, способы их оценивания.

Необходимо сконцентрировать внимание на итеративных методах фильтрации периодической компоненты, методах анализа динамики сезонной волны и аналитическом выравнивании периодической составляющей.

Полезно остановиться на моделировании сезонных колебаний с помощью фиктивных переменных.

Особое внимание следует уделить прогнозированию тренд-сезонных процессов с учетом характера сезонной составляющей (аддитивного или мультипликативного).

Знания, умения, навыки по теме 5

Изучив тему 5, студенты должны знать:

- Методы выявления периодических составляющих во временных рядах;
- Методы аналитического выравнивания периодических составляющих;
- Методы фильтрации периодической компоненты;
- Статистические методы оценивания уровня сезонности;
- Методы расчета индексов сезонности;
- Как провести спектральный анализ временного ряда.

Изучив тему 5, студенты должны уметь:

- ✓ Выявлять периодические составляющие во временных рядах.
- ✓ Проводить фильтрацию периодической компоненты.
- ✓ Рассчитывать индексы сезонности.
- ✓ Проводить спектральный анализ временного ряда.
- ✓ Осуществлять аналитическое выравнивание периодических составляющих.
- ✓ Проводить сезонную корректировку временных рядов.
- ✓ Моделировать и прогнозировать тренд-сезонные процессы с учетом характера сезонности.

Изучив тему 5, студенты должны получить навыки анализа и прогнозирования периодических колебаний во временном ряду.

Ссылки на учебный материал

1. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. — М.:.ЮНИТИ-ДАНА, 2003.
2. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. УПП, МЭСИ-М., 2004.
3. Статистическое моделирование и прогнозирование. Учебное пособие. (Под ред. А. Г. Гранберга). М., «Финансы и статистика», 1990.
4. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. М., «Мир», 1976.
5. Боровиков В.П. , Ивченко Г.И. Прогнозирование в системе Statistica в среде Windows. М., «Финансы и статистика», 1999.
6. Кендэл М. Временные ряды. М., «Финансы и статистика», 1981.
7. Кильдишев Г. С., Френкель А. А. Анализ временных рядов и прогнозирование. М., «Статистика», 1973.

План практических занятий по теме 5

Занятие 1
Тема: Выявление, моделирование и прогнозирование периодических колебаний во временном ряду.
Решение задач.

Занятие 2.
Тема: Сезонная декомпозиция (корректировка) временных рядов.
Решение задач.
Практические занятия проходят в компьютерных классах с использованием пакетов программ STATISTICA и SPSS.

Задания для самооценки

Выполните задания и ответьте на вопросы:
- Почему возникла необходимость изучения данной темы?
- Какие методы выявления периодических колебаний Вы знаете?
- Как проводить фильтрацию периодической компоненты?
- Какие Вы знаете статистические методы оценки уровня сезонности?
- Для чего используется спектральный анализ временных рядов?

Тема 6. Использование адаптивных методов прогнозирования в экономических исследованиях

Адаптивными называются методы прогнозирования, позволяющие строить самокорректирующиеся (самонастраивающиеся) экономико-математические модели. Эти модели способны оперативно реагировать на изменение условий путем учета прогноза, сделанного на предыдущем шаге, и учета различной информационной ценности уровней ряда.

Данная тема знакомит студентов с различными видами адаптивных моделей временных рядов.

Введение в адаптивное прогнозирование

В рамках данной темы особое внимание следует обратить на преимущества адаптивных моделей при краткосрочном прогнозировании:

— способность моделей учитывать различную информационную ценность уровней ряда (старение информации)
— возможность моделей реагировать на степень расхождения прогнозных оценок с фактическими значениями.

Также целесообразно рассмотреть обобщенную схему построения адаптивных моделей.

Обзор адаптивных моделей прогнозирования

В рамках данной темы рассматриваются вопросы экспоненциального сглаживания, способы задания начальных условий и выбор постоянной сглаживания; модификация экспоненциального сглаживания в методе Вейда.

Также обсуждаются модели линейного роста:

- двухпараметрическая модель Ч.Хольта;
- модель Брауна;
- трехпараметрическая модель Бокса и Дженкинса.

В этом же разделе следует рассмотреть метод гармонических весов; вопросы, связанные с аппроксимацией полиномиальных трендов с помощью многократного сглаживания, адаптивные полиномиальные модели 0, 1, 2 порядков.

Большой практический интерес представляют модели с адаптивными параметрами адаптации. При изучении этого комплекса вопросов следует уделить внимание следящему контрольному сигналу, модели Тригга-Лича. Также целесообразно рассмотреть подходы, связанные с адаптацией параметров модели методом эволюции и методом эволюционного планирования.

Большой класс образуют сезонные адаптивные модели.

Следует рассмотреть общую характеристику сезонных адаптивных моделей, а также модель Уинтерса с мультипликативной сезонностью, модель Хольта-Уинтерса с мультипликативной сезонностью и линейным ростом, аддитивную модель сезонных явлений Тейла-Вейджа, альтернативные виды адаптивных сезонных моделей.

Знания, умения, навыки по теме 6

Изучив тему 6, студенты должны знать:

- Что такое адаптивные модели временных рядов.
- Преимущества адаптивных моделей при краткосрочном прогнозировании.
- Процедуру экспоненциального сглаживания.
- Сезонные адаптивные модели.
- Класс адаптивных полиномиальных моделей, опирающийся на многократное сглаживание.

Изучив тему 6, студенты должны уметь:

✓ Строить прогнозы, применяя широкий спектр адаптивных моделей временных рядов.
✓ Использовать современные пакеты прикладных программ для реализации адаптивных методов.

- ✓ Проводить идентификацию моделей.
- ✓ Оценивать с помощью статистических критериев точность и адекватность полученных моделей.

Изучив тему 6, студенты должны получить навыки использования адаптивных моделей временных рядов в своей профессиональной деятельности.

Ссылки на учебный материал

1. Боровиков В. П., Ивченко Г.И. «Прогнозирование в системе STATISTICA в среде WINDOWS». — М., Финансы и статистика, 1999
2. Льюис К.Д. Методы прогнозирования экономических показателей. — М., Финансы и статистика, 1986
3. Лукашин Ю.П. Регрессионные и адаптивные методы прогнозирования. Учебное пособие. — М.: МЭСИ, 1997.
4. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. — М.: Финансы и статистика, 2003.
5. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. — М., ЮНИТИ-ДАНА, 2003.
6. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. УПП, МЭСИ-М., 2004.
7. Статистическое моделирование и прогнозирование. Учебное пособие. (Под ред. А. Г. Гранберга). М., «Финансы и статистика», 1990.
8. Экономико-математические методы и прикладные модели. (Под ред. В.В. Федосеева). М., «Юнити», 1999.

Интернет-ресурсы:

1. http://www.econ.msu.ru/kaf/DEI/books/prognoz/lec 13.html
2. http://www.bsu.unibel.by/fpmi/bsa/ppp.htm
3. http://www.tvp.ru/ourizd/oppm1996.htm
4. http://vega.math.spbu.ru/caterpillar/en/intro.html
5. http://www.tstu.ru/koi/tgtu/publ/1996/w96_35.htm
6. http://comsci.dsu.dp.ua/russian/curriculums/content/T_chos27.htm
7. http://www.nes.ru/~sanatoly/CV2000rus.htm

План практических занятий по теме 6

Занятие 1
Тема: Модели экспоненциального сглаживания.
Решение задач.

Занятия 2-4.
Тема: Модели линейного роста.
Модели с адаптивными параметрами адаптации.
Сезонные адаптивные модели.

Практические занятия проводятся с использованием пакетов программ STATISTICA и SPSS на богатом статистическом материале. Например, рассматриваются модели прогнозирования важнейших показателей развития топливно-энергетических отраслей промышленности Российской Федерации, модели прогнозирования объемов пассажирских авиаперевозок, объемов продаж и производства различных видов продукции.

На семинарских занятиях студенты осуществляют идентификацию моделей, используют современные пакеты прикладных программ для реализации адаптивных методов, оценивают с помощью статистических критериев точность и адекватность полученных моделей на ретроспективном участке, рассчитывают прогнозы в реальном режиме времени и проводят их содержательную экономическую интерпретацию.

Задания для самооценки

Выполните задания и ответьте на вопросы:

- Почему необходима эта тема при изучении дисциплины?
- Напишите формулу модели экспоненциального сглаживания.
- В чем состоит модификация процедуры экспоненциального сглаживания в методе Вейда?
- Что общего и в чем различие между моделью Хольта-Уинтерса и Тейла-Вейджа?
- Запишите интервал, в пределах которого изменяются параметры адаптации экспоненциального сглаживания.
- Как выглядит адаптивная модель прогнозирования, учитывающая аддитивную сезонность и линейный рост?
- Как влияет увеличение значения параметра адаптации на результат экспоненциального сглаживания?
- Какие модели линейного роста Вы знаете?

Тема 7. Модели стационарных временных рядов и их идентификация. Методология Бокса-Дженкинса.

Стационарные временные ряды и их основные характеристики

Данная тема знакомит студентов с понятиями стационарных временных рядов. Студенты должны четко представлять определение стационарности в широком смысле (weak stationary) и стационарности в узком смысле (strictly stationary).

В качестве примера стационарности следует рассмотреть временные ряды, образующие белый шум.

Модели авторегрессии порядка p (АР(p) модели)

При изучении данной темы необходимо сконцентрировать внимание на простейших вариантах линейного авторегрессионного процесса:

— моделях авторегрессии первого порядка АР(1) (Марковских процессах);

— моделях авторегрессии второго порядка АР(2) (процессах Юла).

Также следует остановиться на условиях стационарности временных рядов, описываемых с помощью АР(p) моделей.

Особое внимание следует уделить идентификации АР(p) моделей с помощью анализа автокорреляционных и частных автокорреляционных функций.

Модели скользящего среднего порядка *q* (СС(q))

В рамках данной темы изучаются характеристики процесса СС(q), анализируются модели скользящего среднего первого и второго порядка (СС(1) и СС(2) модели).

Особое внимание следует уделить идентификации **СС(**q) моделей с помощью анализа автокорреляционных и частных автокорреляционных функций.

Авторегрессионные модели со скользящими средними в остатках АРСС(*p*, *q*)

Данный раздел знакомит студентов с определением, свойствами и оценкой параметров модели АРСС(p, q), причем целесообразно начать изучение с простейшего смешанного процесса АРСС(1,1).

Следует рассмотреть условия стационарности и обратимости процесса АРСС(p, q), а также возможность идентификации АРСС(p, q) моделей с помощью анализа автокорреляционных и частных автокорреляционных функций.

Модель авторегрессии-проинтегрированного скользящего среднего (модель Бокса-Дженкинса)

Данная тема знакомит студентов с понятием нестационарных временных рядов, в том числе с понятием нестационарных однородных временных рядов.

Необходимо подробно остановиться на основных приемах тестирования исходных данных на стационарность, а также на традиционных процедурах перехода к стационарным рядам.

Методология построения моделей Бокса-Дженкинса (моделей авторегрессии-проинтегрированного скользящего среднего — АРПСС) включает в себя следующие основные этапы:

- ✓ идентификация модели;
- ✓ оценивание параметров модели;
- ✓ диагностическая проверка адекватности модели;
- ✓ использование модели для прогнозирования.

Особое внимание при изучении данной темы необходимо уделить выбору вида модели и оценке ее адекватности с помощью различных статистических характеристик и критериев.

В данной теме кроме модели Бокса-Дженкинса или модели АРПСС (p, d, q) также следует рассмотреть сезонный вариант модели АРПСС (p, d, q) (P_S, D_S, Q_S), содержащий дополнительные параметры.

К ним относятся:

P_S — сезонный параметр авторегрессии;

Ds — порядок сезонной производной;

Q_S — сезонный параметр скользящего среднего.

Следует обратить внимание на методы идентификации модели, приемы исследования ее «качества», а также необходимо получить практические навыки построения моделей этого класса с помощью современных пакетов прикладных программ.

Знания, умения, навыки по теме 7

Изучив тему 7, студент должен знать:

- Понятия стационарности в широком смысле (weak stationary) и стационарности в узком смысле (strictly stationary).
- Различные классы моделей, используемые для прогнозирования стационарных временных рядов.
- Методы идентификации моделей авторегрессии, скользящего среднего, а также смешанных моделей.
- Понятие нестационарных однородных временных рядов.
- Основные приемы тестирования исходных данных на стационарность.
- Традиционные процедуры перехода к стационарным рядам.
- Методологию построения моделей Бокса-Дженкинса.

Изучив тему 7, студент должен уметь:

✓ Проводить идентификацию стационарных временных рядов.
✓ Применять модели стационарных рядов для прогнозирования экономических показателей.
✓ Проводить идентификацию моделей авторегрессии, моделей скользящего среднего и авторегрессионных моделей со скользящими средними в остатках, использовать их при прогнозировании.
✓ Использовать на практике методологию Бокса-Дженкинса построения моделей нестационарных временных рядов.
✓ Применять статистические пакеты для решения задач прогнозирования стационарных и нестационарных показателей.

Изучив тему 7, студенты должны получить навыки идентификации и применения различных моделей для прогнозирования экономических процессов, используя в профессиональной деятельности для этих целей статистические пакеты программ, такие как: STATISTICA, SPSS и др.

Ссылки на учебный материал

1. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. — М., ЮНИТИ-ДАНА, 2003.
2. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. — М.: Финансы и статистика, 2003.
3. Льюис К.Д. Методы прогнозирования экономических показателей. — М., «Финансы и статистика», 1986
4. Greene W.H. Econometric Analysis, 4th ed., Prentice Hall, 1999.
5. Pindyck R. S., Rubinfeld D. L. Econometric models. Economic forecasts, 4th ed., McGraw-Hill, 1998.
6. Боровиков В. П., Ивченко Г.И. «Прогнозирование в системе STATISTICA в среде WINDOWS». — М., «Финансы и статистика», 1999
7. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М.; ЮНИТИ, 1998

Интернет-ресурсы:

1. http://www.econ.msu.ru/kaf/DEI/books/prognoz/lec13.html
2. http://www.bsu.unibel.by/fpmi/bsa/ppp.htm
3. http://vega.math.spbu.ru/caterpillar/en/intro.html
4. http://iai.dn.ua/general/ai_annot.php
5. http://www.biophys.msu.ru/scripts/trans.pl/rus/cyrillic/awse/CONFER
6. http://ecfor.rssi.ru/0497_r_k.htm
7. http://www.codenet.al.ru/progr/packing/arithm/arithm10.htm
8. http://vm.fesma.ru/Gloss/Ag.htm
9. http://bytic.ttk.ru/cue99M/cz586tufhu.html
10. http://www.biophys.msu.ru/scripts/trans.pl/rus/cyrillic/awse/CONFER/MCE 00/345.ht

План практических занятий по теме 7

Занятие 1
Тема: Модели авторегрессии p-го порядка.

Занятие 2
Тема: Модели скользящего среднего порядка q.

Занятие 3
Тема: Авторегрессионные модели со скользящими средними в остатках.

Занятие 4
Тема: Прогнозирование нестационарных временных рядов с помощью методологии Бокса-Дженкинса.

Задания для самооценки

- Что такое стационарные временные ряды в широком смысле (weak stationary)?
- Какие Вы знаете классы моделей для прогнозирования стационарных временных рядов?
- Когда используются модели авторегрессии-проинтегрированного скользящего среднего?
- Что такое стационарные временные ряды в узком смысле (strictly stationary)?
- Какие приемы тестирования исходных данных на стационарность Вы знаете?
- Назовите традиционные процедуры перехода к стационарным рядам.
- Как проводится идентификации АР(p) моделей с помощью анализа автокорреляционных и частных автокорреляционных функций?

Тема 8. Применение многофакторных моделей прогнозирования

Особенности применения корреляционно-регрессионного анализа при обработке временных рядов

Данная тема знакомит студентов с проблемами исследования взаимосвязей социально-экономических показателей. В рамках данной темы рассматриваются основные концепции и предпосылки применения корреляционного и регрессионного анализа, особенности методов многошагового регрессионного анализа при обработке временных рядов, подходы к проведению экономической интерпретации результатов моделирования.

Методы объединения частных моделей развития

Следует подробно рассмотреть постановку задачи объединения прогнозов, преимущества использования и построения модели обобщающего прогноза.

Целесообразно остановиться на двух основных подходах к построению комбинированных моделей: на построении моделей гибридного и селективного типа. Особого внимания заслуживают критерии обобщения прогнозирующих моделей.

При рассмотрении данной темы большой практический интерес представляет метод Бэйтса-Гренджера (и его обобщение для многомерной модели). Также целесообразно обсудить возможность объединения прогнозов на основе факторного анализа.

Знания, умения, навыки по теме 8

Изучив тему 8, студент должен знать:

- Особенности методов многошагового регрессионного анализа при обработке временных рядов.
- Методы объединения частных моделей развития.
- Постановку задачи объединения прогнозов.
- Комбинированные модели гибридного и селективного типа.
- Критерии обобщения прогнозирующих моделей.
- Метод Бэйтса-Гренджера построения обобщающего прогноза.

Изучив тему 8, студент должен уметь:

- ✓ Интерпретировать результаты многофакторного моделирования.
- ✓ Проводить постановку задачи объединения прогнозов.
- ✓ Использовать критерии обобщения прогнозирующих моделей.
- ✓ Применять корреляционно-регрессионные методы для моделирования и анализа поведения временных рядов.

Изучив тему 8, студенты должны получить навыки применения многофакторных моделей прогнозирования экономических процессов, используя в профессиональной деятельности для этих целей статистические пакеты программ, такие как: STATISTICA, SPSS и др.

Ссылки на учебный материал

1. Статистическое моделирование и прогнозирование. Учебное пособие. (Под ред. А. Г. Гранберга). М., «Финансы и статистика», 1990.
2. Экономико-математические методы и прикладные модели. (Под ред. В.В. Федосеева). М., «Юнити», 1999.
3. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М., «Юнити», 1998.
4. Боровиков В.П. , Ивченко Г.И. Прогнозирование в системе Statistica в среде Windows. М., «Финансы и статистика», 1999.
5. Кендэл М. Временные ряды. М., «Финансы и статистика», 1981.
6. Кильдишев Г. С., Френкель А. А. Анализ временных рядов и прогнозирование. М., «Статистика», 1973.
7. Лугачев М.И., Ляпунцов Ю.П. Методы социально-экономического прогнозирования. — М., Экономический факультет МГУ, ТЕИС,1999.
8. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. — М.: Финансы и статистика, 2003.
9. Льюис К.Д. Методы прогнозирования экономических показателей. — М., Финансы и статистика, 1986
10. Greene W.H. Econometric Analysis, 4th ed., Prentice Hall, 1999.
11. Pindyck R. S., Rubinfeld D. L. Econometric models. Economic forecasts, 4th ed., McGraw-Hill, 1998.

Интернет-ресурсы:

1. http://www.bsu.unibel.by/fpmi/bsa/ppp.htm
2. http://vega.math.spbu.ru/caterpillar/en/intro.html
3. http://iai.dn.ua/general/ai_annot.php
4. http://www.biophys.msu.ru/scripts/trans.pl/rus/cyrillic/awse/CONFER
5. http://ecfor.rssi.ru/0497_r_k.htm
6. http://www.codenet.al.ru/progr/packing/arithm/arithm10.htm
7. http://vm.fesma.ru/Gloss/Ag.htm
8. http://bytic.ttk.ru/cue99M/cz586tufhu.html
9. http://www.biophys.msu.ru/scripts/trans.pl/rus/cyrillic/awse/CONFER/MCE00/345.htm

План практических занятий по теме 8

Занятие 1
Тема: Применение многофакторных моделей прогнозирования.
Решение задач.
Студенты реализуют изученную схему в пакетах прикладных программ.

Задания для самооценки

- Назовите основные концепции и предпосылки применения корреляционного и регрессионного анализа
- В чем заключаются особенности методов многошагового регрессионного анализа при обработке временных рядов?

- Какие характеристики используются при проведении экономической интерпретации результатов многофакторного моделирования?
- В чем суть комбинированных моделей гибридного и селективного типа?
- Назовите критерии обобщения прогнозирующих моделей.
- В чем заключаются преимущества использования и построения модели обобщающего прогноза?

6. Итоговый контроль знаний по курсу

Итоговая оценка знаний складывается по результатам тестирований, проводимых как по отдельным темам, так и по результатам изучения всего курса. Принимается во внимание также своевременность и качество выполнения студентами текущих заданий, активность участия на практических занятиях.

7. Список литературы и ссылки на ресурсы ИНТЕРНЕТ

ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

3. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003.
4. Дуброва Т.А., Бакуменко Л.П. и др. Анализ временных рядов и прогнозирование в системе «Statistica».- М.:МЭСИ, 2002.
3. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. — М.:МЭСИ, 2004.
4. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. - М.: Финансы и статистика, 2003.
5. Четыркин Е. Н. Статистические методы прогнозирования. — М.: Статистика, 1975.

Дополнительная литература

26. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. — М.: ЮНИТИ, 1998.
27. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. — М.: Мир, 1976.
28. Афанасьев В.Н., Юзбашев М.М. Анализ временных рядов и прогнозирование. — М.: Финансы и статистика, 2001.
29. Бокс Дж.,Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. — М.: Мир, 1974. — Вып. 1,2.
30. Боровиков В.П., Ивченко Г.И. Прогнозирование в системе STATISTICA® в среде Windows. Основы теории и интенсивная практика на компьютере. — М.: Финансы и статистика, 1999.
31. Боровиков Г.И. Statistica. Анализ и обработка данных в системе WINDOWS. — М.: Финансы и статистика, 1998.
32. Дуброва Т.А., Павлов Д.Э., Ткачев О.В. Корреляционно-регрессионный анализ в системе Statistica. Учебное пособие. МЭСИ, 1999.
33. Кендэл М. Временные ряды. — М.: Финансы и статистика, 1981.

34. Кендалл М. Дж. Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. — М.: Наука, 1976.
35. Кильдишев Г. С., Френкель А. А. Анализ временных рядов и прогнозирование. — М.: Статистика, 1973.
36. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика / Под. ред. проф. Н.Ш. Кремера. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002.
37. Лугачев М.И. Ляпунцов Ю.П. Методы социального прогнозирования. — М.: Экономический факультет МГУ, ТЕИС, 1999.
38. Льюис К.Д. Методы прогнозирования экономических показателей. — М.: Финансы и статистика, 1986.
39. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс. — М.: Дело, 2000.
40. Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. — М.: Мир, 1982.
41. Половников В. А. Анализ и прогнозирование транспортной работы морского флота. — М.: Транспорт, 1983.
42. Практикум по эконометрике / И.И.Елисеева, С.В.Курышева, Н.М.Гордеенко и др.; Под ред. И.И.Елисеевой. — М.: Финансы и статистика, 2001.
43. Скучалина Л. Н., Крутова Т. А. Организация и ведение базы данных временных рядов. Система показателей, методы определения, оценки прогнозирования информационных процессов. — М.: ГКС РФ, 1995.
44. Статистическое моделирование и прогнозирование. Учебное пособие. (Под ред. А. Г. Гранберга). — М.: Финансы и статистика, 1990.
45. Уотшем Т.ДЖ., Паррамоу К. Количественные методы в финансах. / Пер. с англ., под. ред. М.Р. Ефимовой. — М.: Финансы, ЮНИТИ, 1999.
46. Френкель А. А. Прогнозирование производительности труда: методы и модели. — М.: Экономика, 1989.
47. Эконометрика / Под ред. И.И.Елисеевой. — М.: Финансы и статистика, 2001.
48. Экономико-математические методы и прикладные модели. (Под ред. В.В. Федосеева). М.: ЮНИТИ, 1999.
49. Greene W.H. Econometric Analysis, 4th ed., Prentice Hall, 1999.
50. Pindyck R. S., Rubinfeld D. L. Econometric models. Economic forecasts, 4th ed., McGraw-Hill, 1998.

Экономико-статистические ресурсы Internet

1. www.gks.ru	Госкомстат РФ.
2. www.cbr.ru	Центральный Банк Российской Федерации.
3. www.minfin.ru	Министерство Финансов РФ.
4. www.cea.gov.ru	Центр экономической конъюнктуры при правительстве РФ.
5. www.cea.gov.ru	Федеральная комиссия по ценным бумагам.
6. www.rbk.ru	Росбизнесконсалтинг.
7. www.akm.ru	Агентство AK&M.
8. www.cemi.rssi.ru	Центральный экономико-математический институт РАН (ЦЭМИ).
9. www.akdi.ru	Агентство АКДИ.
10. www.forecast.ru	Центр макроэкономического анализа и прогнозирования при ИНП РАН.
11. www.rtsnet.ru	Российская торговая система.
12. www.micex.ru	Московская международная валютная биржа.

8. Глоссарий

Адаптивные модели прогнозирования — позволяют строить самокорректирующиеся (самонастраивающиеся) экономико-математические модели, которые способны оперативно реагировать на изменение условий путем учета результата прогноза, сделанного на предыдущем шаге, и отражать различную информационную ценность уровней ряда.

Временной ряд — ряд наблюдений за значениями некоторого показателя (признака), упорядоченный в хронологической последовательности, т.е. в порядке возрастания временного параметра *t*. Отдельные наблюдения временного ряда называются **уровнями** этого ряда.

Надежность прогноза — мера качества прогноза, характеризующая вероятность того, что прогноз оправдывается. Надежность прогноза связана обратной зависимостью при всех прочих равных условиях с шириной доверительного интервала прогноза (см. Прогноз интервальный).

Ошибка прогноза — величина, характеризующая расхождение между фактическим и прогнозным значением показателя. Абсолютная ошибка прогноза определяется по формуле:

$$\Delta_t = \hat{y}_t - y_t,$$

где

$\hat{y}_t$ — прогнозное значение показателя;

y_t — фактическое значение.

Эта характеристика имеет ту же размерность, что и прогнозируемый показатель и зависит от масштаба изменения уровней временного ряда. На практике широко используется относительная ошибка прогноза, выраженная в процентах относительно фактического значения показателя. Также используются средние ошибки по модулю (абсолютные и относительные). Очевидно, что все указанные характеристики могут быть вычислены после того, как период упреждения уже окончился, и имеются фактические данные о прогнозируемом показателе или при рассмотрении показателя на ретроспективном участке.

Параметр адаптации модели адаптивной — характеризует быстроту ее реакции на эволюцию в динамике исследуемого временного ряда. Процесс обучения адаптивной модели состоит в выборе наилучшего параметра адаптации на основе проб на ретроспективном статистическом материале.

Период упреждения прогноза — отрезок времени от момента, для которого имеются последние статистические данные об изучаемом объекте, до момента, к которому относится прогноз. Иногда его называют прогнозируемым периодом.

Прогноз — научно обоснованное описание возможных состояний объектов в будущем, а также альтернативных путей и сроков достижения этого состояния. Процесс разработки прогнозов называется прогнозированием. Прогноз можно подразделять в зависимости от целей и задач, объектов, времени упреждения.

Прогноз интервальный — прогноз в виде интервала, определяющего совокупность значений прогнозируемой величины. Прогноз интервальный, как правило, определяется на основе расчета доверительных границ прогноза. Ширина доверительного интервала в значительной степени зависит от принятой доверительной вероятности. Чем выше эта вероятность (надежность прогноза), тем шире интервал, но меньше априорная точность прогноза. Прогноз интервальный определяется на основе точечного прогноза следующим образом:

$$y_t \pm t_\alpha \cdot S_p,$$

где

y_t — точечный прогноз;

t_α — значение t-статистики Стьюдента;

S_p — среднеквадратическая ошибка прогноза.

Прогноз точечный — представление прогноза показателя в виде единственного значения. На основе точечного прогноза определяют прогноз интервальный (см. Прогноз интервальный).

Стационарный временной ряд — временной ряд называется ***строго стационарным*** *(strictly stationary)* или ***стационарным в узком смысле,*** если совместное распределение m наблюдений $y_{t_1}, y_{t_2}, ..., y_{t_m}$, такое же, как и для m наблюдений $y_{t_{1+\tau}}, y_{t_{2+\tau}}, ..., y_{t_{m+\tau}}$ при любых m, t_1, t_2, …, t_m, τ.

Таким образом, свойства строго стационарного временного ряда не зависят от начала отсчета времени.

Исследователя, как правило, интересует не всё распределение, а средние значения и ковариации. Поэтому на практике чаще используется понятие ***слабой стационарности*** *(weak stationary)* или ***стационарности в широком смысле***.

В этом случае стационарность временного ряда связывается с требованиями того, чтобы он имел среднее, дисперсию и ковариацию, не зависящее от момента времени t:

$$M(y_t) = M(y_{t+\tau}) = \mu$$
$$D(y_t) = M(y_t - \mu)^2 = M(y_{t+\tau} - \mu)^2 = \gamma(0)$$
$$\operatorname{cov}(y_t, y_{t+\tau}) = M[(y_t - \mu)(y_{t+\tau} - \mu)] = \gamma(\tau)$$

Тренд — изменение, определяющее общее направление развития, основную тенденцию временного ряда. Для определения тренда используются методы выравнивания ряда. Часто применяются методы скользящих средних или выравнивание по различным кривым роста.

Тренд линейный — представляется зависимостью $\hat{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t$, где t — время. Методом наименьших квадратов определяются параметры a_0 и a_1. Параметр a_1 определяет средний абсолютный прирост y_t.

Тренд экспоненциальный — $\hat{y}_t = ab^t$ широко используется в экономике. Параметр b соответствует среднегодовому темпу роста временного ряда (при анализе данных годовой динамики). Часто оценивание параметров b и a проводится методом наименьших квадратов после линеаризации:

$$\ln y_t = \ln a + t \ln b.$$